

# ΕΝΟΤΗΤΑ 2

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ και ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΑ

- **Μονόθυροι Αντιστάτες**

Γραμμικοί, Μη-γραμμικοί, Χρονικά-μεταβαλλόμενοι  
Δίοδοι, Κοίλοι/κυρτοί, Ανεξ. Πηγές  
Σύνδεση αντιστατών, Γραφική μέθοδος  
Τμηματικά-ευθύγραμμη προσέγγιση  
DC ανάλυση (σημεία λειτουργίας)  
Ανάλυση αδύνατου σήματος

- **Πολύθυροι-Πολυτερματικοί Αντιστάτες**

Γραμμικοί, Μη-γραμμικοί, Χρονικά-μεταβαλλόμενοι  
Εξαρτημένες πηγές, Γυράτορας, Ιδανικός μετασχηματιστής  
Τρανζίστορ  
DC ανάλυση  
Ανάλυση αδύνατου σήματος

- **Τελεστικοί Ενισχυτές**

Μοντέλα γραμμικής και μη-γραμμικής λειτουργίας  
Εφαρμογές

- **Πυκνωτές** (γραμμικοί, μη-γραμμικοί, χρονικά-μεταβαλλόμενοι)

- **Επαγωγείς** (γραμμικοί, μη-γραμμικοί, χρονικά-μεταβαλλόμενοι)

- **Συζευγμένοι Επαγωγείς** (πραγματικοί μετασχηματιστές)

## ΔΙ-ΤΕΡΜΑΤΙΚΟΣ (ΜΟΝΟΘΥΡΟΣ) ΑΝΤΙΣΤΑΤΗΣ [Two-terminal (One-port) Resistor]

ονομάζεται ένα δι-τερματικό στοιχείο του οποίου το **ρεύμα**  $i(t)$  και η **τάση**  $v(t)$  ικανοποιούν την σχέση ( $v - i$  χαρακτηριστική)

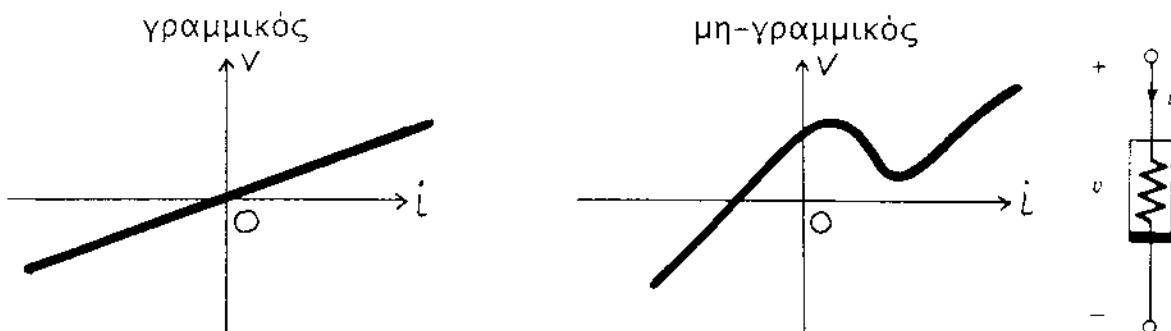
$$\mathcal{R}_{res} = \{(v, i) : f(v, i) = 0\}$$

**Χρονικά-Αμετάβλητος**  $\iff \mathcal{R}$  δεν αλλάζει με τον χρόνο

**Χρονικά-Μεταβαλλόμενος**  $\iff \mathcal{R}$  αλλάζει με τον χρόνο

**Γραμμικός**  $\iff f(v, i) = av + bi$

**Μη-γραμμικός**  $\iff f$  είναι μη-γραμμική συνάρτηση



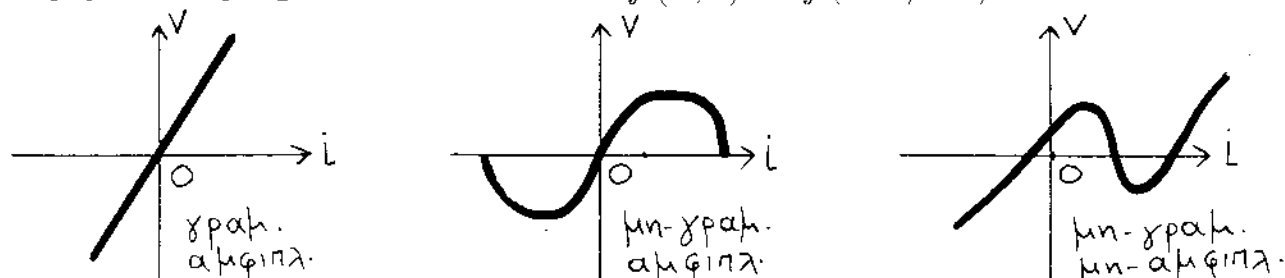
**v-ελεγχόμενος (voltage-controlled):**  $f(v, i) = 0 \implies i = \hat{i}(v)$

**i-ελεγχόμενος (current-controlled):**  $f(v, i) = 0 \implies v = \hat{v}(i)$

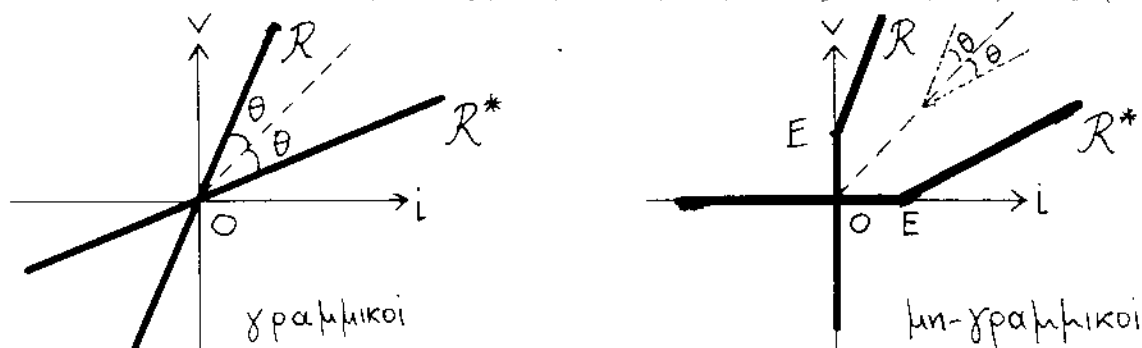
**Αφινικός (affine):**  $\iff f(v, i) = av + bi + c$

**Παθητικός**  $\iff v(t)i(t) \geq 0 \quad \forall t$ . **Ενεργός** = μη-παθητικός.

**Αμφίπλευρος (bilateral):**  $\iff f(v, i) = f(-v, -i)$

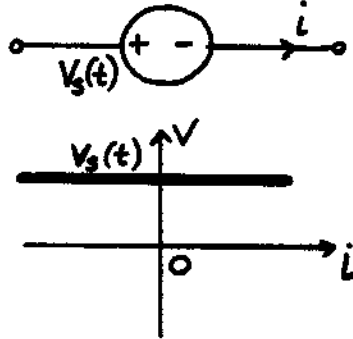


**Διαδικός (dual)** του  $\mathcal{R}$  είναι ο αντιστάτης που έχει ως  $v - i$  χαρακτηριστική:  $\mathcal{R}_{res}^* = \{(v, i) : f^*(v, i) = 0\}$ ,  $f^*(v, i) = f(i, v)$

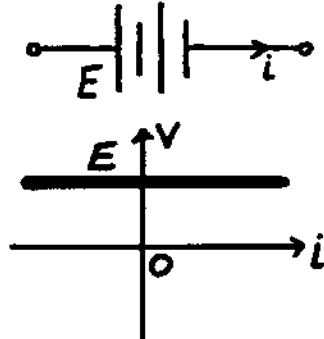


# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΤΩΝ

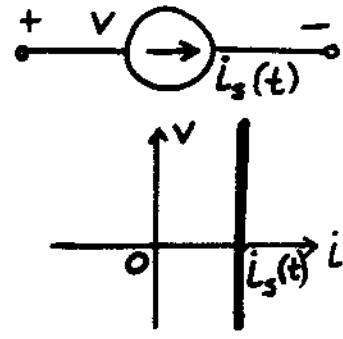
**Ανεξ. Πηγή Τάσης**



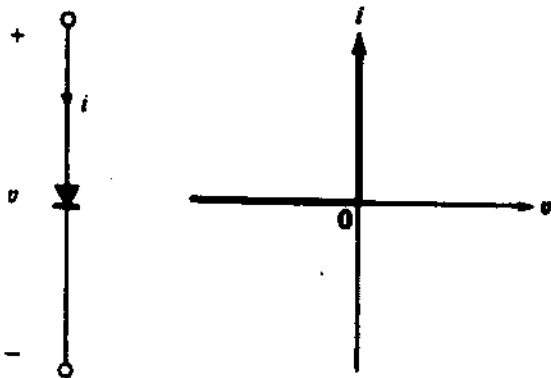
**DC Π. Τάσης**



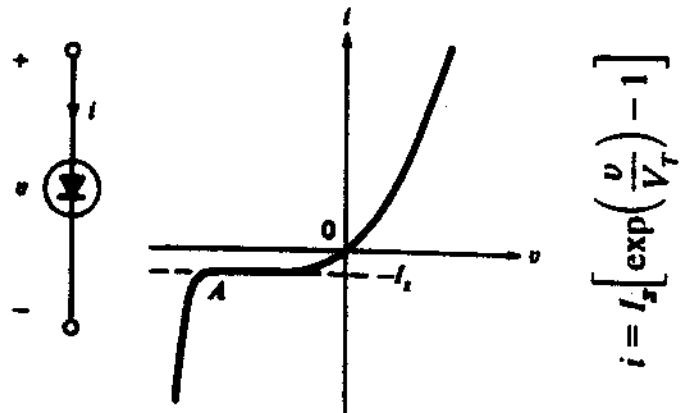
**Π. Ρεύματος**



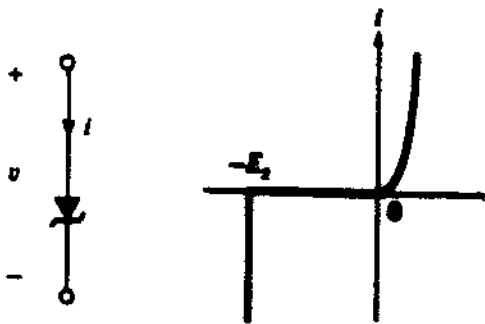
**Ιδανική Δίοδος**



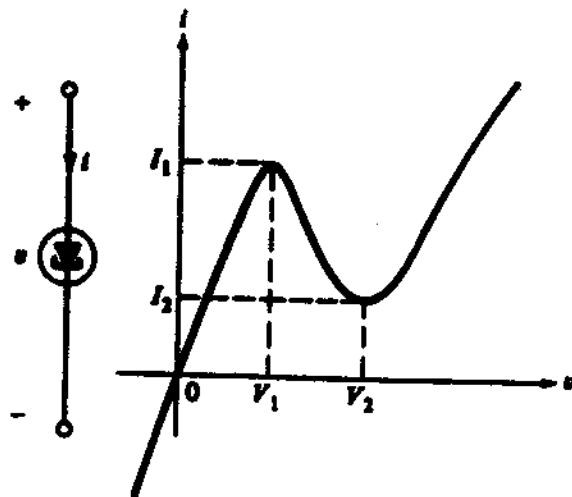
**Δίοδος Ενωσης (pn-junction)**



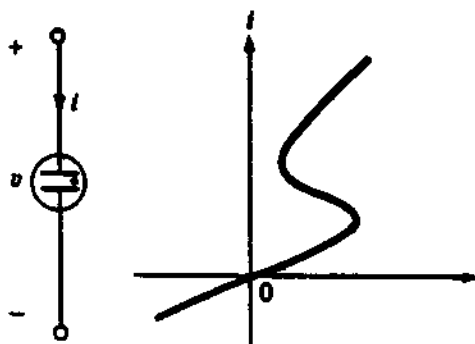
**Δίοδος Zener**



**Δίοδος Tunnel**

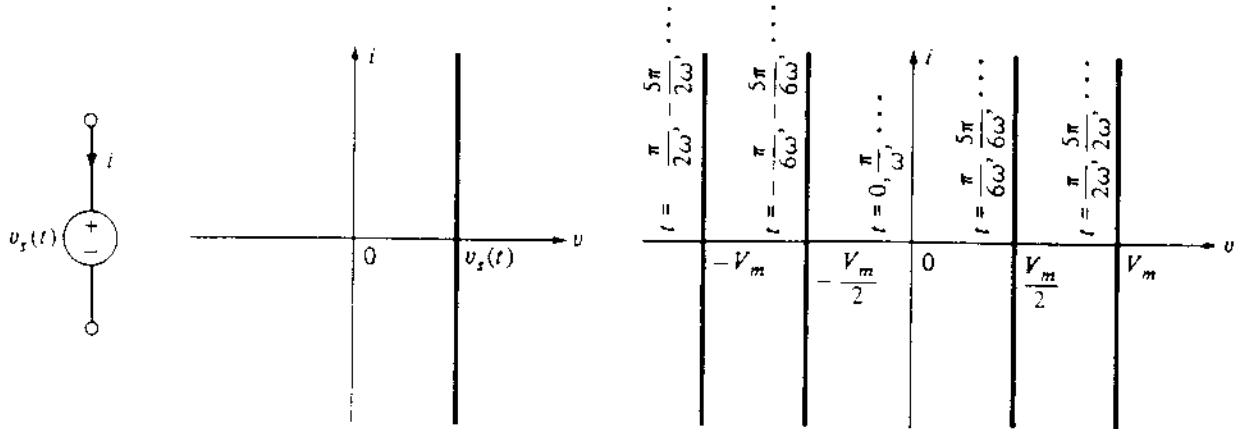


**Glow Tube**

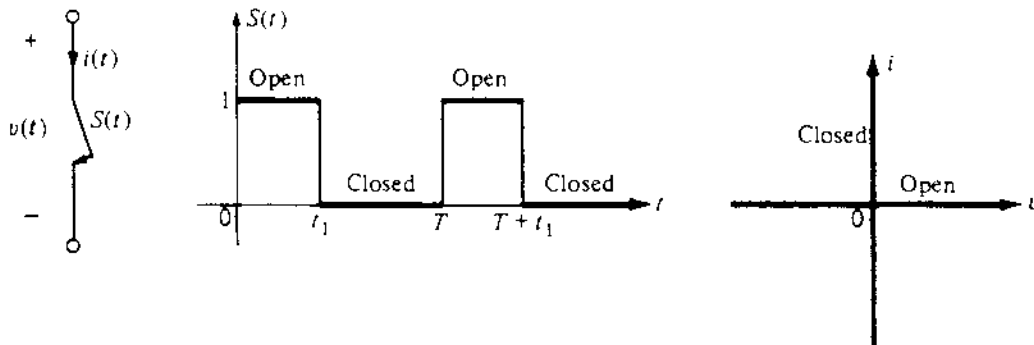


## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΧΡΟΝΙΚΑ-ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΤΩΝ

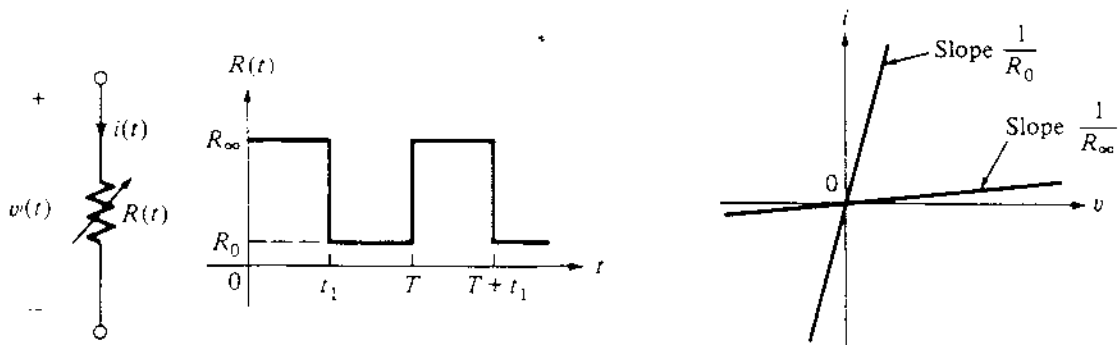
**ΑC Πηγή Τάσης:**  $v(t) = v_s(t) = V_m \sin(\omega t) \quad \forall i(t)$



### Περιοδικός Διακόπτης



**Χρονικά-Μεταβαλλόμενος Γραμμικός Αντιστάτης:**  $v(t) = R(t)i(t)$

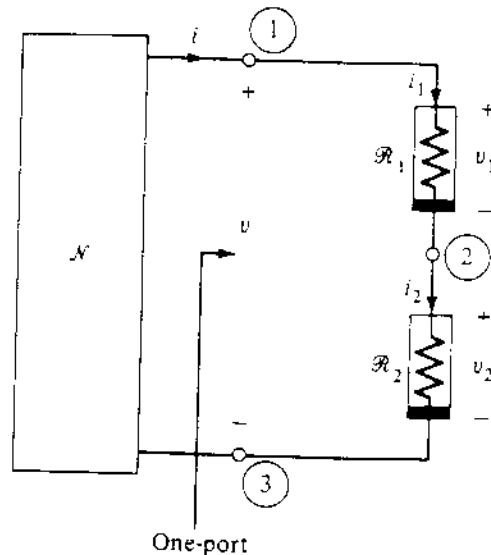


## ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΟΝΟΘΥΡΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΤΩΝ

**Σειριακή:** εάν όλοι οι αντιστάτες είναι  $i$ -ελεγχόμενοι, η  $v - i$  χαρακτηριστική του μονόθυρου σύνδεσης ευρίσκεται αναλυτικά. (Αλλιώς, γραφικά.)

$$v_1 = \hat{v}_1(i_1), \quad v_2 = \hat{v}_2(i_2)$$

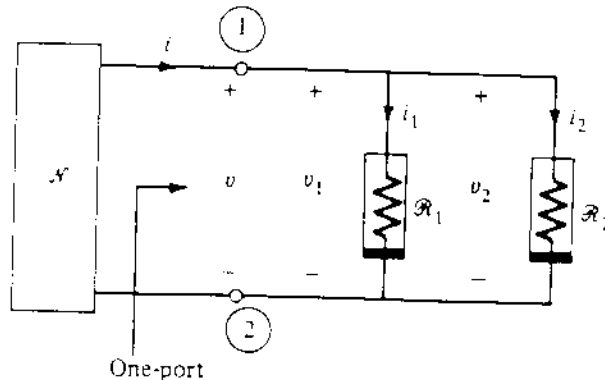
$$v = \hat{v}(i) = \hat{v}_1(i) + \hat{v}_2(i)$$



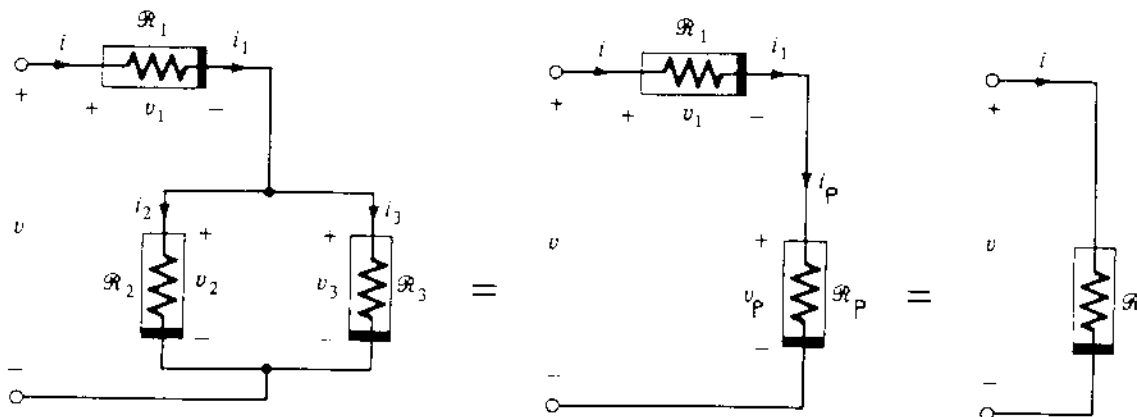
**Παράλληλη:** εάν όλοι οι αντιστάτες είναι  $v$ -ελεγχόμενοι, η  $v - i$  χαρακτηριστική του μονόθυρου σύνδεσης ευρίσκεται αναλυτικά. (Αλλιώς, γραφικά.)

$$i_1 = \hat{i}_1(v_1), \quad i_2 = \hat{i}_2(v_2)$$

$$i = \hat{i}(v) = \hat{i}_1(v) + \hat{i}_2(v)$$

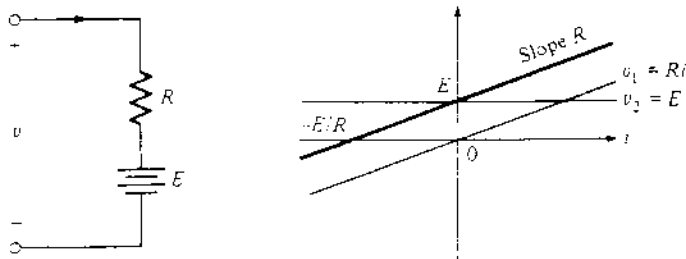


**Σειριακή-Παράλληλη:** εάν οι σειριακοί αντιστάτες είναι  $i$ -ελεγχόμενοι & οι παράλληλοι αντιστάτες είναι  $v$ -ελεγχόμενοι:  $v_1 = \hat{v}_1(i_1)$ ,  $i_p = g(v_p) = \hat{i}_2(v_2) + \hat{i}_3(v_3)$ . Εάν υπάρχει η  $g^{-1}$   $\implies v = \hat{v}(i) = \hat{v}_1(i) + g^{-1}(i)$

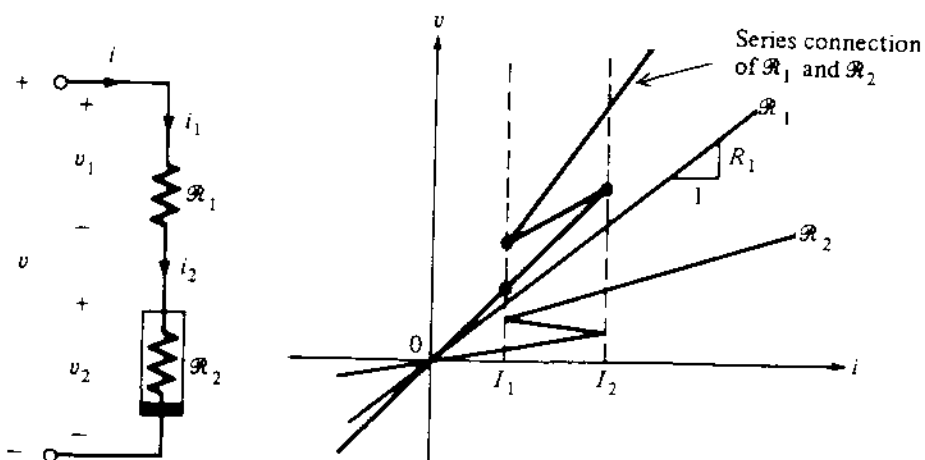


## Παραδείγματα Ευρεσης της $v - i$ Χαρακτηριστικής της Σύνδεσης Αντιστάτων με την Γραφική Μέθοδο

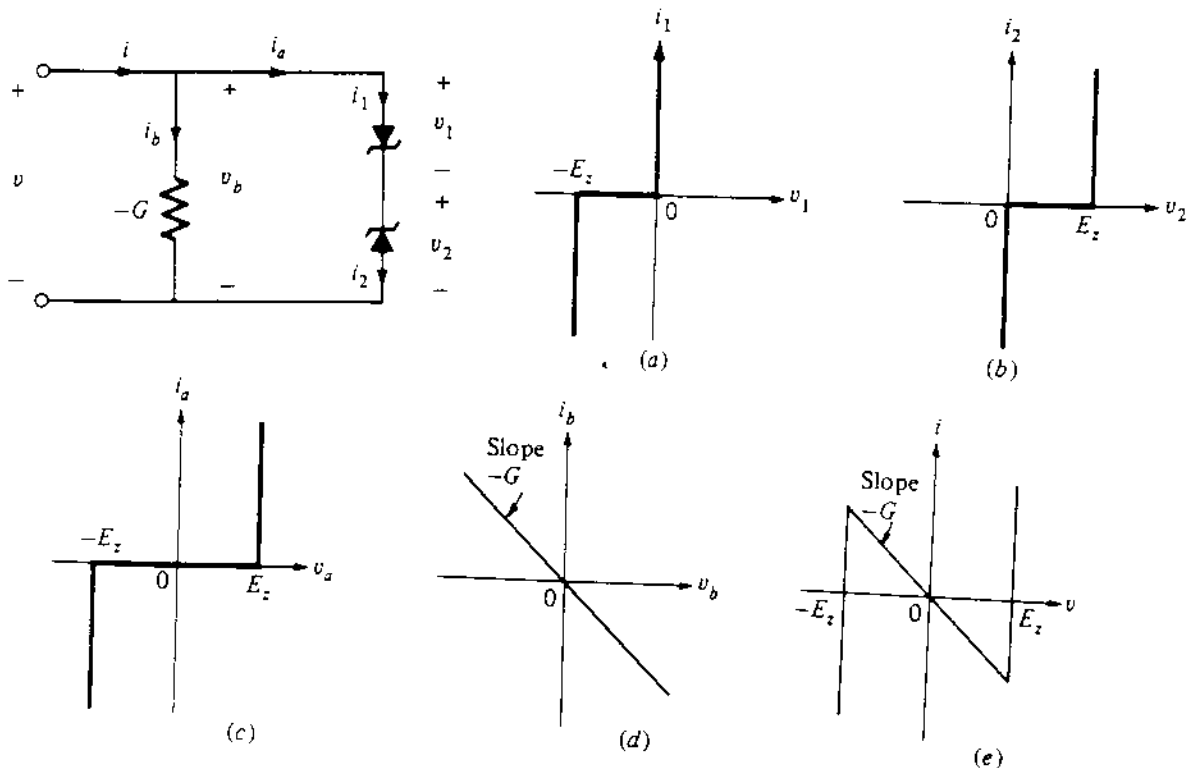
**Μοντέλο μπαταρίας (αφινικός αντιστάτης):  $v = Ri + E$**



### Σειριακή σύνδεση γραμμικού και $i$ -ελεγχόμενου αντιστάτη



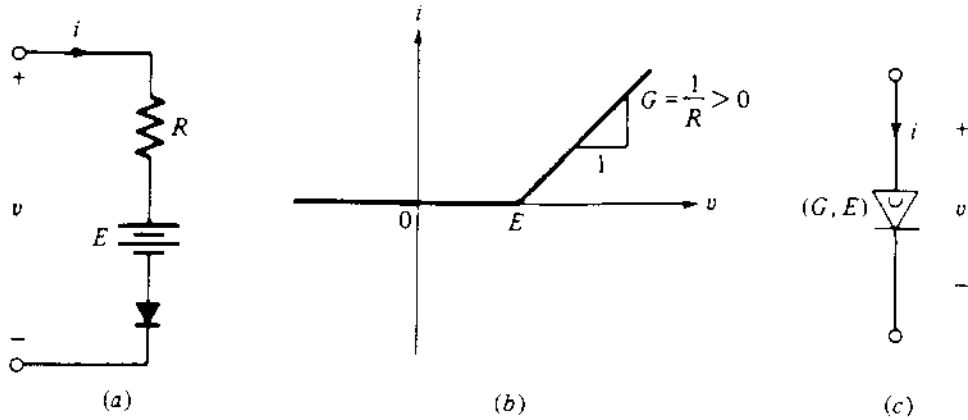
### Σειριακό-παράλληλο κύκλωμα με διόδους Zener



(a) Piecewise-linear characteristic of a zener diode. (b) Characteristic of a zener diode with its two terminals turned around, (c) characteristic of the series connection of the two. (d) characteristic of the linear resistor, and (e) the resulting driving-point characteristic of the one-port.

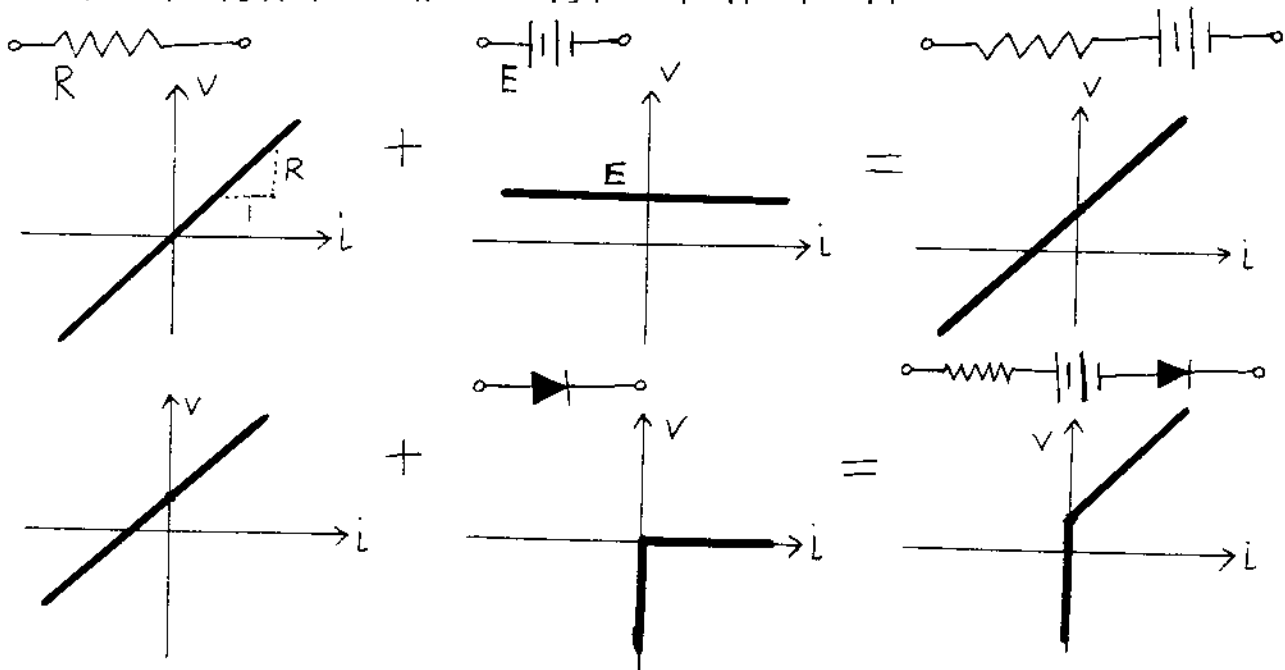
## ΚΟΙΛΟΙ και ΚΥΡΤΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΤΕΣ

**Κοίλος (concave) αντιστάτης:**  $i = G[|v - E| + (v - E)]/2$

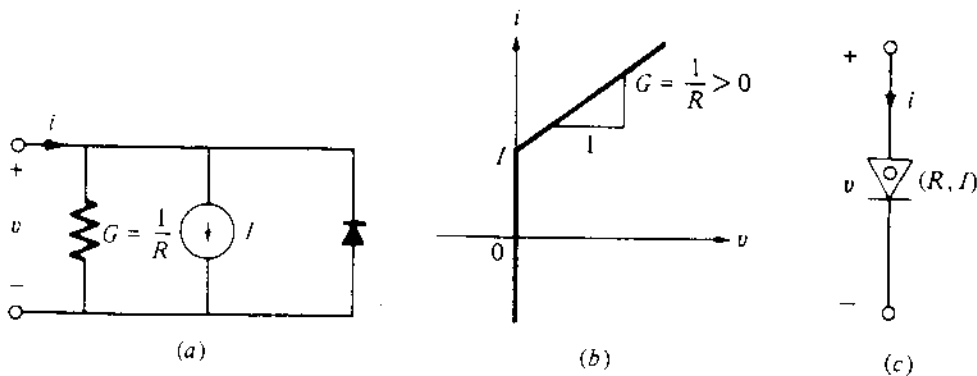


(a) Equivalent circuit, (b) characteristic, and (c) symbol for a concave resistor.

Εύρεση της χαρακτηριστικής με την γραφική μέθοδο:



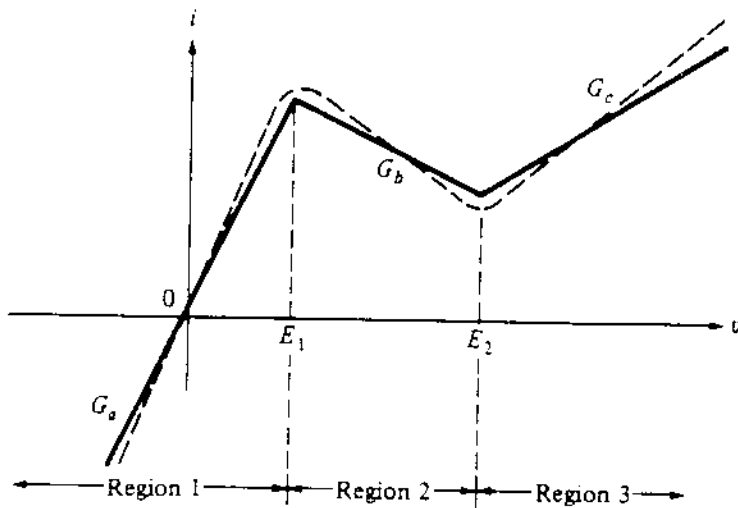
**Κυρτός (convex) αντιστάτης:**  $v = R[|i - I| + (i - I)]/2$



(a) Equivalent circuit, (b) characteristic, and (c) symbol for a convex resistor.

## ΤΜΗΜΑΤΙΚΑ-ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (Piecewise-Linear Approximation)

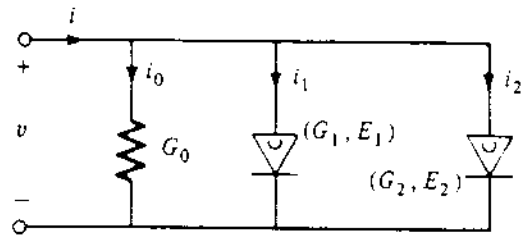
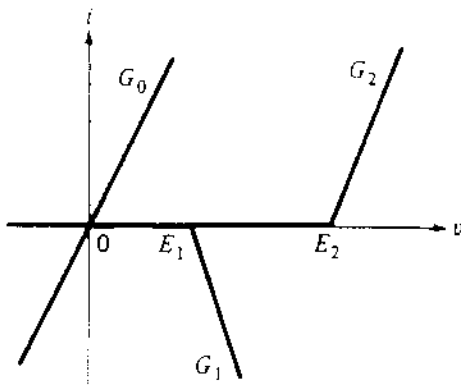
Τμημ.-ευθ. προσέγγ. χαρακτηριστικής  $v - i$  διόδου Tunnel



$$\begin{aligned} G_0 &= G_a \\ G_0 + G_1 &= G_b \\ G_0 + G_1 + G_2 &= G_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Downarrow \\ G_0 &= G_a \\ G_1 &= G_b - G_a \\ G_2 &= G_c - G_b \end{aligned}$$

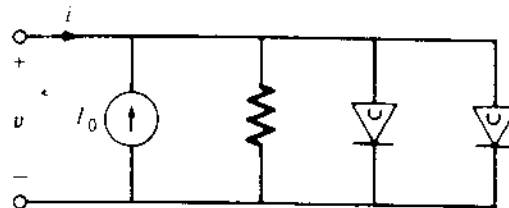
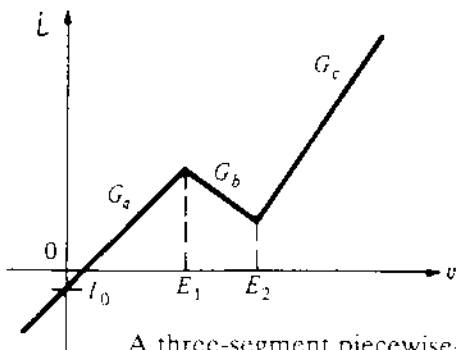
Σύνθεση της τμημ.-ευθ. χαρακτηριστικής από 3 συστατικά



$$i = a_0 + a_1 v + b_1 |v - E_1| + b_2 |v - E_2|$$

$$\begin{cases} i_0 = G_0 v \\ i_1 = \frac{1}{2} G_1 [|v - E_1| + (v - E_1)] \\ i_2 = \frac{1}{2} G_2 [|v - E_2| + (v - E_2)] \end{cases}$$

Γενική τμηματ.-ευθύγραμ. μοντελοποίηση με 3 τμήματα



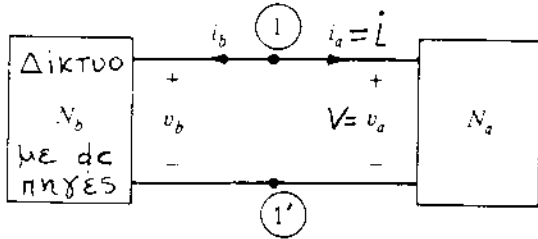
A three-segment piecewise-linear characteristic and its corresponding circuit realization.

**Γενική μοντελοποίηση με  $n$  τμήματα:** Κάθε  $v$ -ελεγχόμενη ( $i$ -ελεγχόμενη) τμημ.-ευθ. χαρακτηριστική μπορεί να μοντελοποιηθεί ακριβώς με παράλληλη (σειριακή) σύνδεση πηγής ρεύματος (τάσης), γραμμικής αντίστασης, και  $n - 1$  κοίλων (κυρτών) αντιστάσεων.



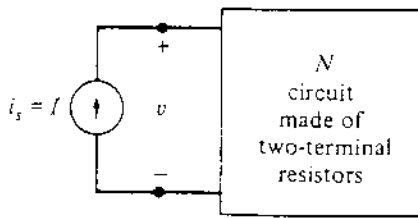
## DC ANALYSIS

Εύρεση των σημείων λειτουργίας (operating points), δηλ. των λύσεων  $(v, i)$ , του κυκλώματος με dc εισόδους.

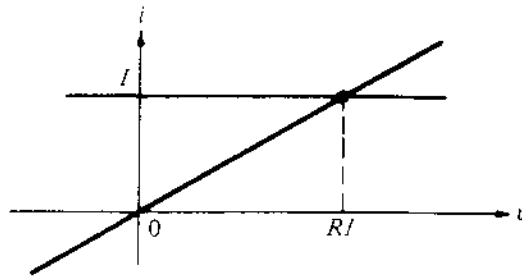
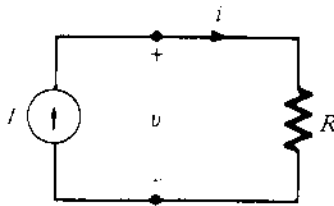


$$\left. \begin{aligned} f_a(v, i) &= 0 \\ f_b(v, -i) &= 0 \end{aligned} \right\} \implies \text{oper. pts } v, i$$

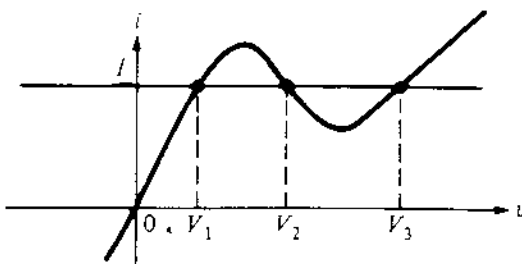
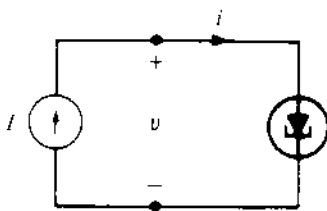
**Μέθοδοι:** αναλυτική, γραφική, αριθμητική, τμηματικά-ευθύγραμμη



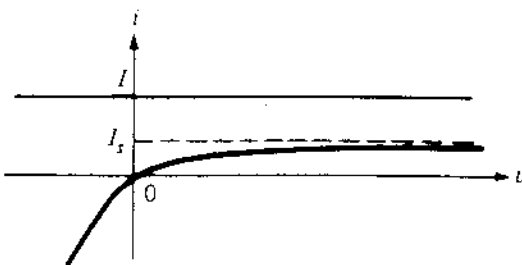
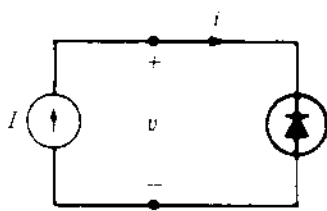
(a)



(b)



(c)



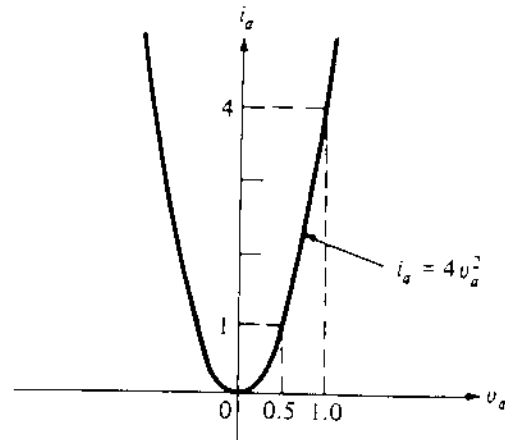
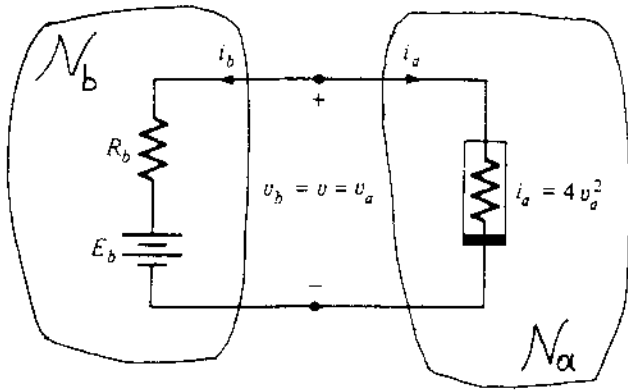
(d)

(a) A one-port  $N$  driven by a dc source. (b) With a linear resistor in  $N$ , there exists a unique solution. (c) With a tunnel-diode characteristic, the circuit has three solutions. (d) With a  $pn$ -junction-diode characteristic, the circuit has no solution if  $I > I_s$ .

## DC ΑΝΑΛΥΣΗ (αναλυτική, αριθμητική, γραφική)

$$f_a(v_a, i_a) = i_a - 4v_a^2 = 0$$

$$f_b(v_b, i_b) = v_b - E_b - R_b i_b = 0$$



**Αναλυτική μέθοδος:** επίλυση των  $f_a(v, i) = 0$  και  $f_b(v, -i) = 0$

$$\begin{aligned} i &= 4v^2 \\ v &= E_b - R_b i \end{aligned} \implies \underbrace{4R_b v^2 + v - E_b}_{f(v)} = 0 \quad \begin{matrix} E_b = 2V \\ R_b = 0.25\Omega \end{matrix} \implies \begin{matrix} (v_1 = 1, i_1 = 4) \\ (v_2 = -2, i_2 = 16) \end{matrix}$$

**Αριθμητική μέθοδος:** επίλυση της  $f(x) = 0$  με **Newton-Raphson**

αρχική εκτίμηση:  $x_0$  (κοντά σε μια λύση  $x^*$ )

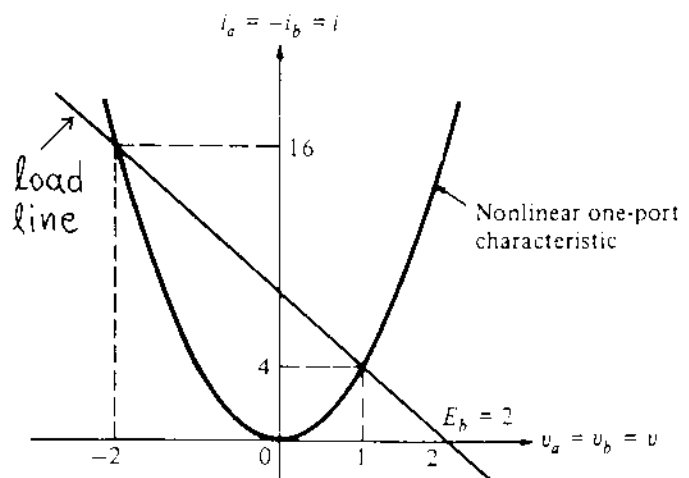
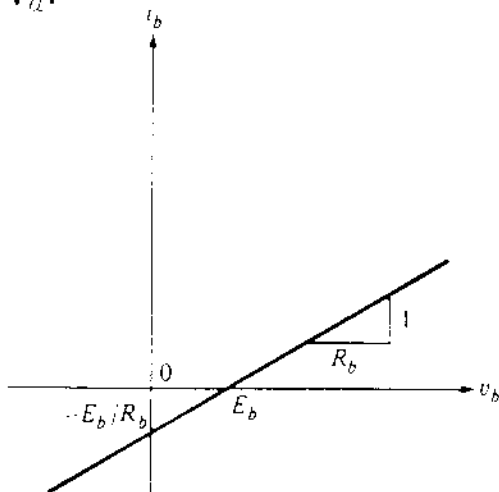
επανάληψη:  $x_{n+1} = x_n - [f(x_n)/f'(x_n)]$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x^*$ ,  $f(x^*) = 0$ .

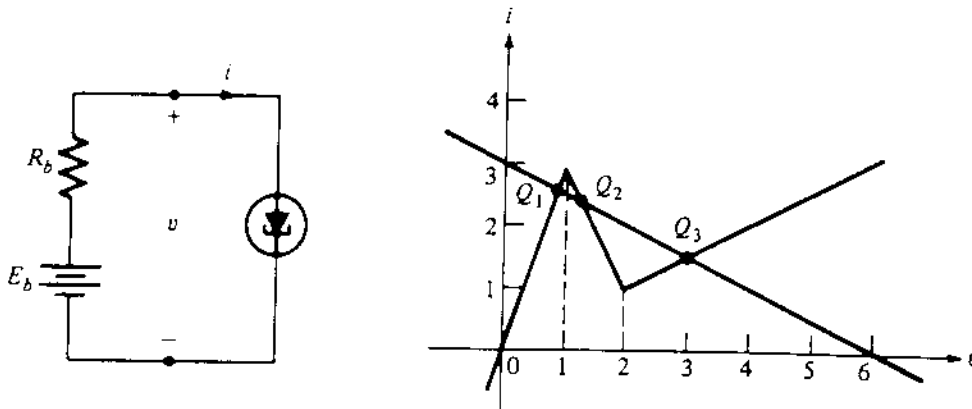
Παράδειγμα του κυκλώματος:  $f(x) = x^2 + x - 2$

$x_0 = 0 \implies x_1 = 2, x_2 = 1.2, x_3 = 1.012, x_4 = x^* = 1$  (η μία λύση  $v$ )

**Γραφική μέθοδος:** Μεταγραφή της χαρακτηριστικής  $v_b - i_b$  στο επίπεδο  $v_a - i_a$ . DC σημεία λειτουργίας είναι τα σημεία τομής της γραμμής φορτίου (load line) με την χαρακτηριστική του μονόθυρου  $N_a$ .



## DC ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΤΜΗΜΑΤΙΚΑ-ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ



### Τμημ.-ευθύγρ. προσέγγιση χαρακτηριστικής διόδου Tunnel

$$i = a_0 - a_1 v + b_1 |v - E_1| + b_2 |v - E_2|$$

$$a_0 = -0.5, a_1 = 2, b_1 = -2.5, b_2 = 1.5, E_1 = 1, E_2 = 2$$

### Αναλυτική εύρεση σημείων λειτουργίας $Q = (V_Q, I_Q)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{περιοχή 1 } (v \leq E_1) : \quad i = a_0 + a_1 v - b_1(v - E_1) - b_2(v - E_2) \\ \text{περιοχή 2 } (E_1 < v \leq E_2) : \quad i = a_0 + a_1 v + b_1(v - E_1) - b_2(v - E_2) \\ \text{περιοχή 3 } (E_2 < v) : \quad i = a_0 + a_1 v + b_1(v - E_1) + b_2(v - E_2) \\ \text{γραμμή φορτίου:} \quad v = E_b - R_b i \\ \text{έλεγχος εγκυρότητας λύσεων} \end{array} \right\} \Rightarrow Q$$

**γραμμή φορτίου 1:**  $E_b = 6, R_b = 2 \Rightarrow 3$  σημεία  $Q_1, Q_2, Q_3$

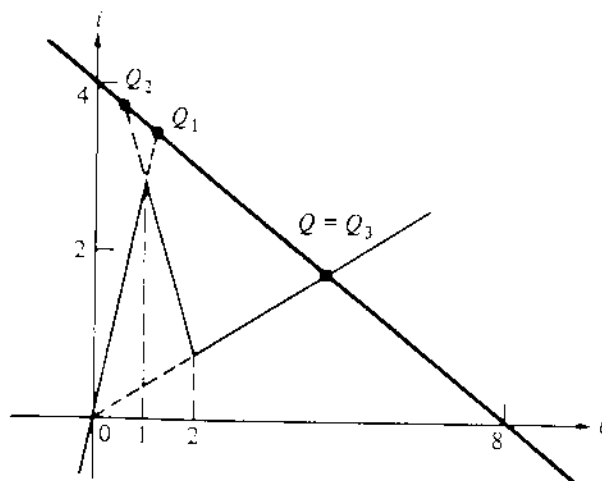
$$Q = (V_Q, I_Q): Q_1 = \left(\frac{6}{7}, \frac{18}{7}\right), Q_2 = \left(\frac{4}{3}, \frac{7}{3}\right), Q_3 = \left(\frac{8}{3}, \frac{5}{3}\right).$$

$V_{Q1}, V_{Q2}, V_{Q3} : \text{έγκυρες} \Rightarrow Q_1, Q_2, Q_3 : \text{έγκυρα}$

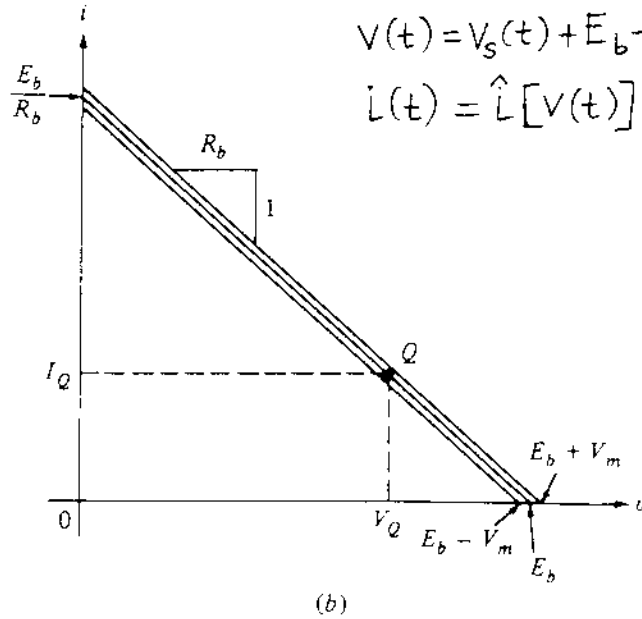
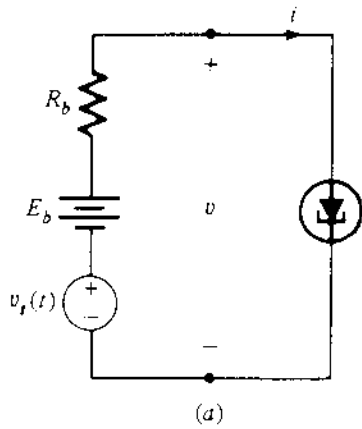
**γραμμή φορτίου 2:**  $E_b = 8, R_b = 2 \Rightarrow 1$  σημείο  $Q_3$

$$V_{Q1} = \frac{8}{7}, V_{Q2} = \frac{2}{3} : \text{μη-έγκυρες} \Rightarrow Q_1, Q_2 : \text{μη-έγκυρα}$$

$$V_{Q3} = \frac{10}{3} : \text{έγκυρη} \Rightarrow Q_3 = \left(\frac{10}{3}, \frac{7}{3}\right) : \text{έγκυρο}$$



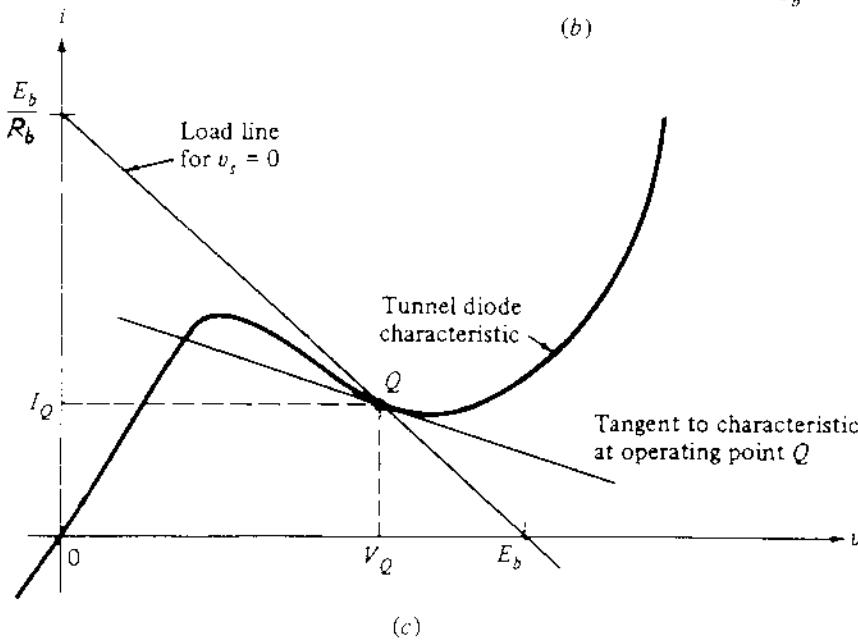
# ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΙΚΡΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ (Small-Signal Analysis)



$$v(t) = v_s(t) + E_b - R_b i(t) = V_Q + \tilde{v}(t)$$

$$i(t) = \hat{I}[v(t)] = I_Q + \tilde{i}(t)$$

$$v_s(t) = V_m \cos(\omega t)$$

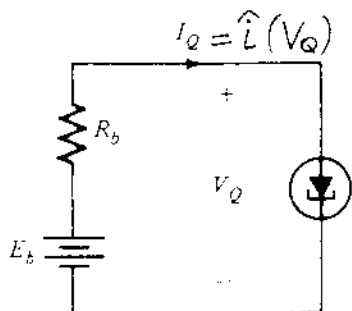


(a) Tunnel-diode circuit with signal source  $v_s(t)$ , (b) moving load line, and (c) linear approximation to the diode characteristic at the operating point  $Q$ .

$$V_m \ll E_b$$

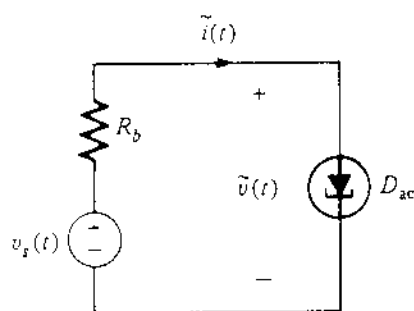
Ανάπτυξη σε σειρά Taylor γύρω από το σημείο Q  $\Rightarrow i(t) = I_Q + \tilde{i}(t) = \hat{i}[V_Q + \tilde{v}(t)] \approx \hat{i}[V_Q] + \left. \frac{di}{dv} \right|_{V_Q} \tilde{v}(t)$

DC Ισοδυν. κύκλωμα



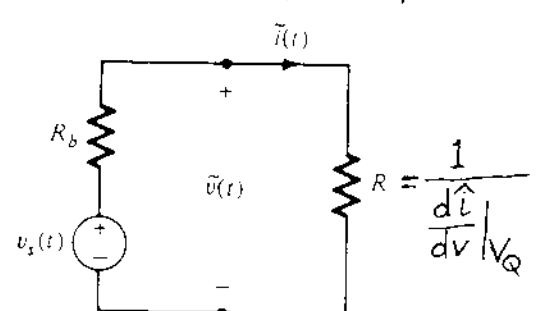
$$V_Q = E_b - R_b I_Q$$

AC Ισοδύναμο



$D_{ac}$  = diodos με χαρακτηριστική μετατοπισμένη στο Q.

Ισοδύναμο Μικρού Σήματος



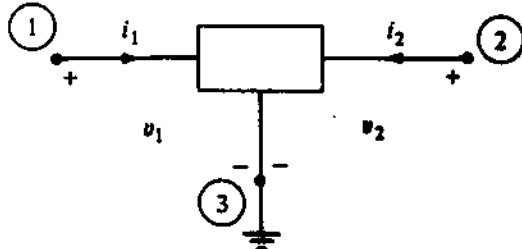
$$v_s(t) = \tilde{v}(t) + R_b \tilde{i}(t)$$

## ΤΡΙ-ΤΕΡΜΑΤΙΚΟΣ ή ΔΙΘΥΡΟΣ ΑΝΤΙΣΤΑΤΗΣ

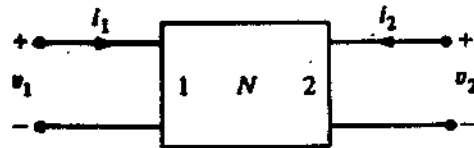
ονομάζεται ένα τρι-τερματικό ή διθύρο στοιχείο εάν τα ρεύματα και οι τάσεις θυρών ικανοποιούν την σχέση ( $v-i$  χαρακτηριστική)

$$\mathcal{R}_{res} = \{(v_1, v_2, i_1, i_2) : f_1(v_1, v_2, i_1, i_2) = 0, f_2(v_1, v_2, i_1, i_2) = 0\}$$

**Χρονικά (μη) μεταβαλλόμενος**  $\iff \mathcal{R}$  (δεν) αλλάζει με τον χρόνο



Three-terminal element with node ③ chosen as the datum node.



A two-port with its port voltage  $v_1, v_2$  and port currents  $i_1, i_2$ .

**Γραμμικός**  $\iff f_k(v_1, v_2, i_1, i_2) = a_k v_1 + b_k v_2 + c_k i_1 + d_k i_2, k = 1, 2$

Representations	Scalar equations	Vector equations
Current-controlled	$v_1 = r_{11}i_1 + r_{12}i_2$ $v_2 = r_{21}i_1 + r_{22}i_2$	$\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{i}$
Voltage-controlled	$i_1 = g_{11}v_1 + g_{12}v_2$ $i_2 = g_{21}v_1 + g_{22}v_2$	$\mathbf{i} = \mathbf{G}\mathbf{v}$
Hybrid 1	$v_1 = h_{11}i_1 + h_{12}v_2$ $i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}v_2$	$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$
Hybrid 2	$i_1 = h'_{11}v_1 + h'_{12}i_2$ $v_2 = h'_{21}v_1 + h'_{22}i_2$	$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}' \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$
Transmission 1†	$v_1 = t_{11}v_2 - t_{12}i_2$ $i_1 = t_{21}v_2 - t_{22}i_2$	$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$
Transmission 2†	$v_2 = t'_{11}v_1 + t'_{12}i_1$ $-i_2 = t'_{21}v_1 + t'_{22}i_1$	$\begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}' \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$

**Μη-γραμμικός**  $\iff f_1$  ή  $f_2$  είναι μη-γραμμική

Current-controlled representation $v_1 = \hat{v}_1(i_1, i_2)$ $v_2 = \hat{v}_2(i_1, i_2)$	Voltage-controlled representation $i_1 = \hat{i}_1(v_1, v_2)$ $i_2 = \hat{i}_2(v_1, v_2)$
Hybrid 1 representation $v_1 = \hat{v}_1(i_1, v_2)$ $i_2 = \hat{i}_2(i_1, v_2)$	Hybrid 2 representation $i_1 = \hat{i}_1(v_1, i_2)$ $v_2 = \hat{v}_2(v_1, i_2)$
Transmission 1 representation $v_1 = \hat{v}_1(v_2, -i_2)$ $i_1 = \hat{i}_1(v_2, -i_2)$	Transmission 2 representation $v_2 = \hat{v}_2(v_1, i_1)$ $-i_2 = \hat{i}_2(v_1, i_1)$

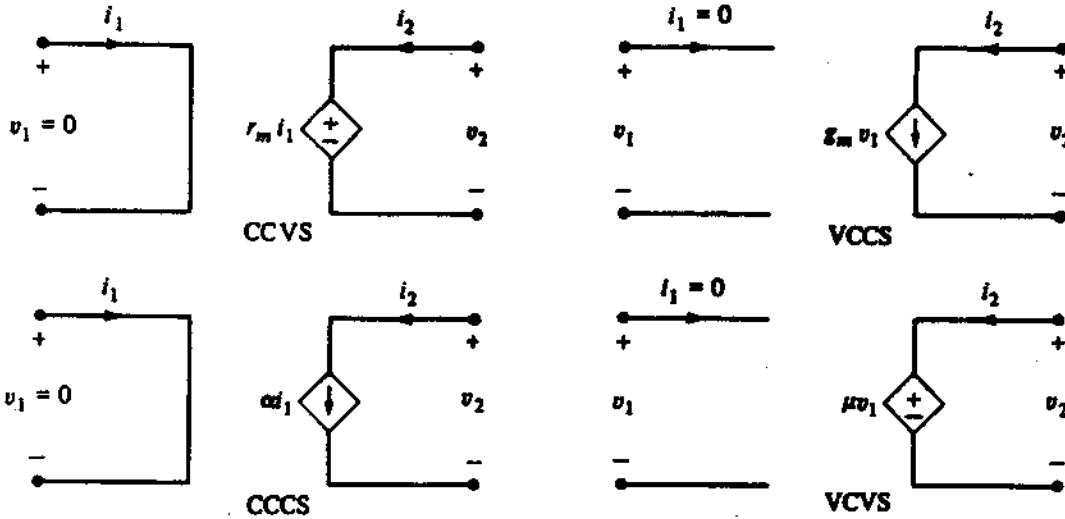
## ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΠΗΓΕΣ

CCVS (Current-Controlled Voltage Source):  $i$ -ελεγχόμενη Πηγή Τάσης

VCCS (Voltage-Controlled Current Source):  $v$ -ελεγχόμενη Πηγή Ρεύματος

CCCS (Current-Controlled Current Source):  $i$ -ελεγχόμενη Πηγή Ρεύματος

VCVS (Voltage-Controlled Voltage Source):  $v$ -ελεγχόμενη Πηγή Τάσης

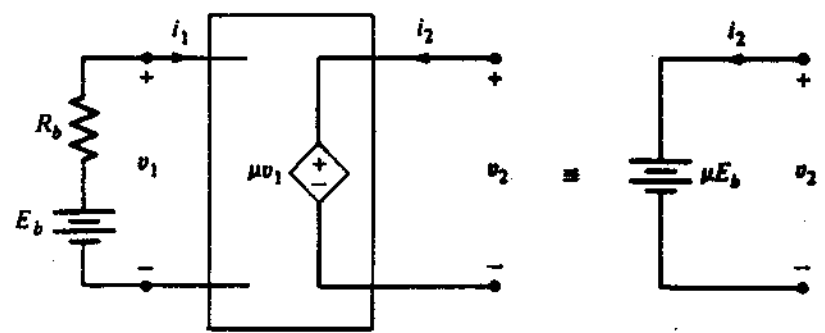
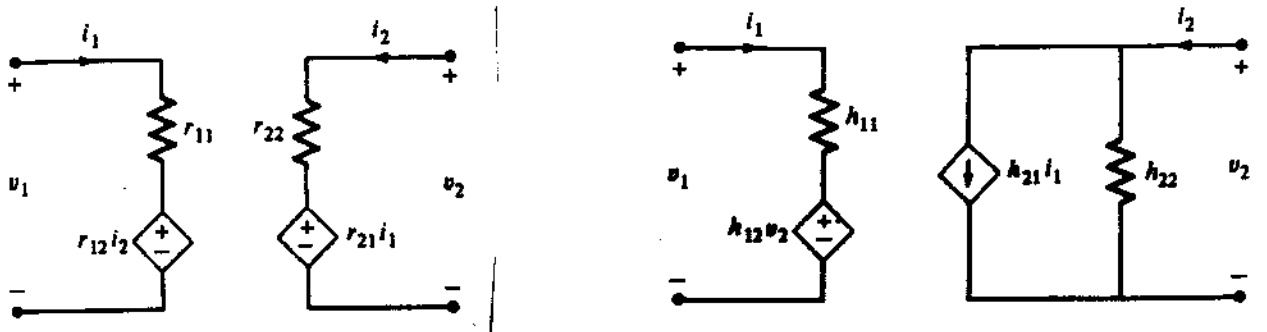


CCVS:	$v_1 = 0$	$v_2 = r_m i_1$
VCCS:	$i_1 = 0$	$i_2 = g_m v_1$
CCCS:	$v_1 = 0$	$i_2 = \alpha i_1$
VCVS:	$i_1 = 0$	$v_2 = \mu v_1$

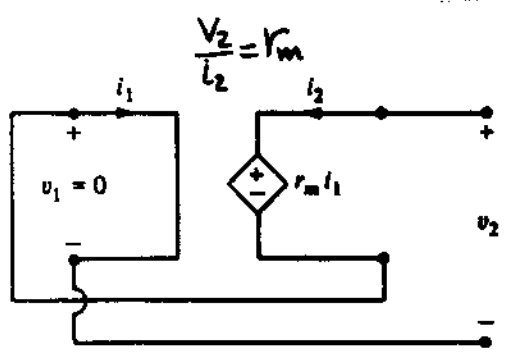
CCVS:	$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$
VCCS:	$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$
CCCS:	$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$
VCVS:	$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$

# ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΠΗΓΩΝ

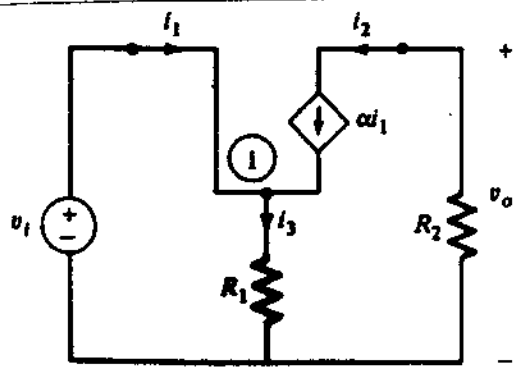
## • Μοντελοποίηση Δίδυμων Αντιστάτων



A VCVS connected at the primary side by a battery with internal resistance  $R_b$  functions as an independent dc voltage source.



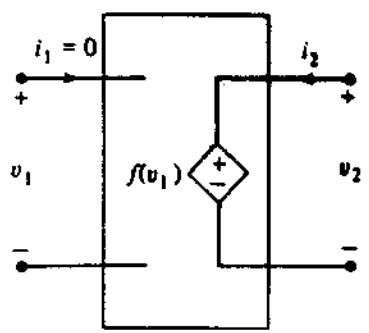
The CCVS functions as a linear resistor.



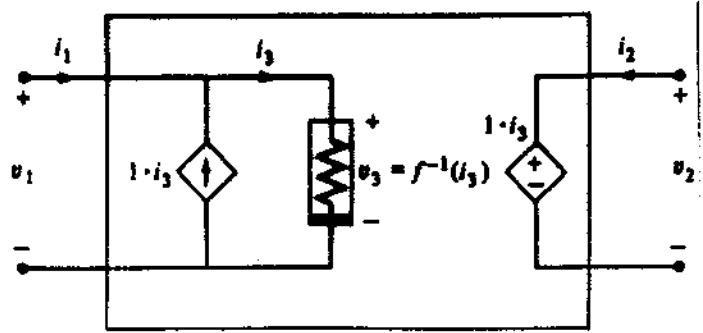
A power amplifier using a CCCS.

$$\frac{P_o}{P_i} = \frac{-V_o I_2}{V_i I_1} = \frac{\alpha^2 R_2}{1 + \alpha R_1}$$

## Μη-γραμμική VCVS



## Ισοδύναμο κύκλωμα με γραμμικές εξαρτημένες πηγές



## Παραδείγματα Γραμμικών Πολυτερματικών Αντιστάτων

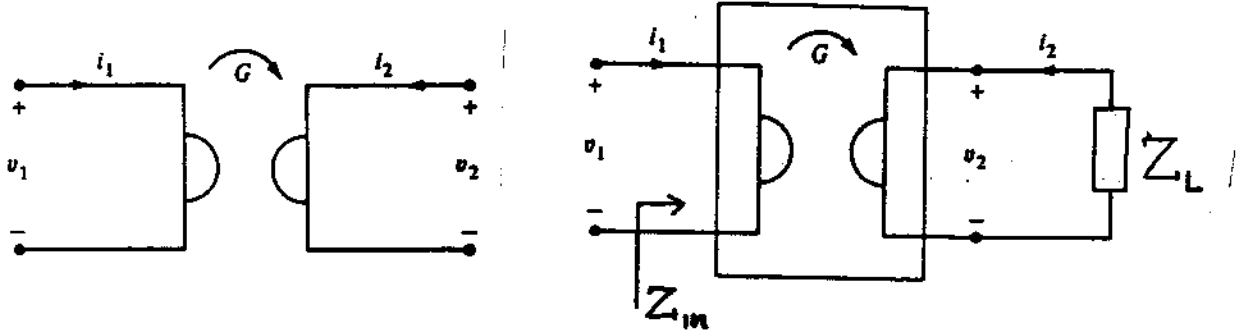
μη-ενεργικά στοιχεία:  $\text{power}(t) = \sum_k v_k(t)i_k(t) = 0 \quad \forall t$

• **Γυράτορας (gyrator):** 
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

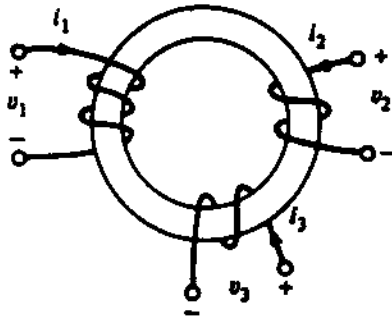
$Z_L = i$ -ελεγχόμενος αντιστάτης με  $v_2 = f(-i_2)$  &  $G = 1 \implies$

$Z_{in} =$  δυαδικός  $v$ -ελεγχόμενος αντιστάτης με  $i_1 = f(v_1)$

$Z_L =$  χωρητικότητα  $\implies Z_{in} =$  επαγωγή

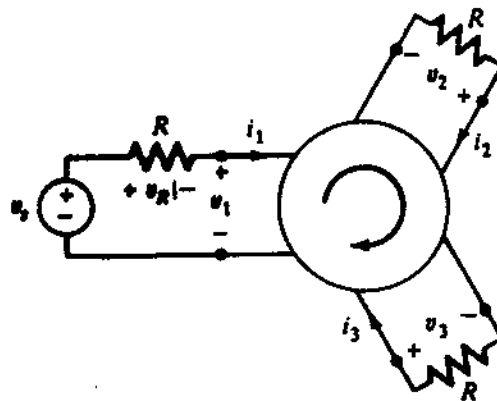
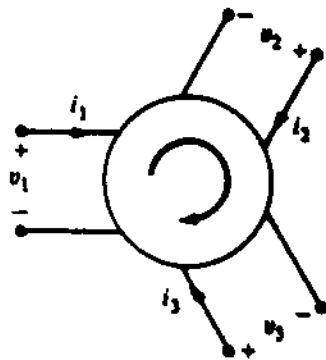


## • Τρίθυρος Ιδανικός Μετασχηματιστής



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{n_1}{n_3} \\ 0 & 0 & \frac{n_2}{n_3} \\ -\frac{n_1}{n_3} & -\frac{n_2}{n_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

## • Κυκλοφορητής (circulator)

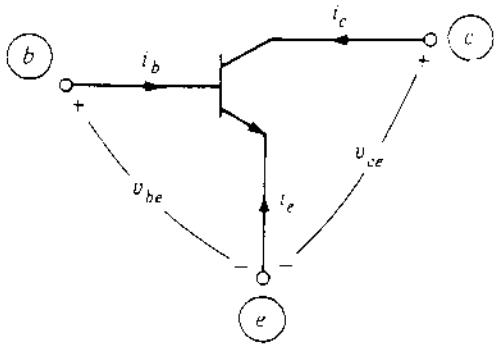


$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R & -R \\ -R & 0 & R \\ R & -R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$



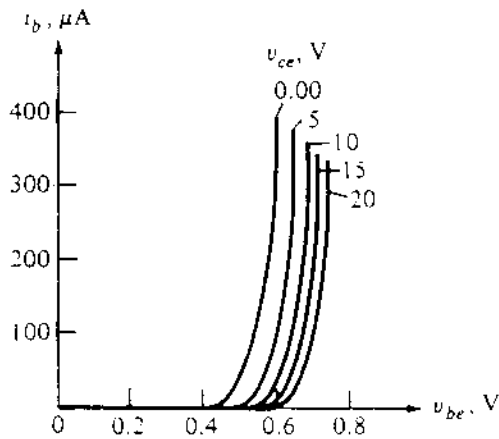
# ΤΡΑΝΖΙΣΤΟΡ ΕΝΩΣΗΣ (ήδη Bipolar Transistor)

## Συνδεσμολογία Κοινού Εκπομπού

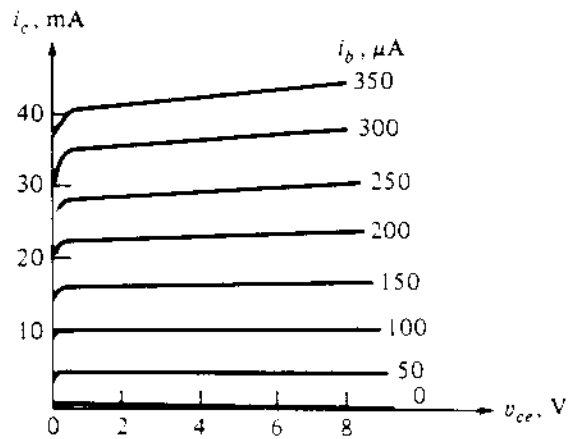


$$i_b = (1 - \alpha_F) I_{ES} \left( \exp \frac{v_{be}}{V_T} - 1 \right) + (1 - \alpha_R) I_{CS} \left( \exp \frac{v_{be} - v_{ce}}{V_T} - 1 \right)$$

$$i_c = \alpha_F I_{ES} \left( \exp \frac{v_{be}}{V_T} - 1 \right) - I_{CS} \left( \exp \frac{v_{be} - v_{ce}}{V_T} - 1 \right)$$

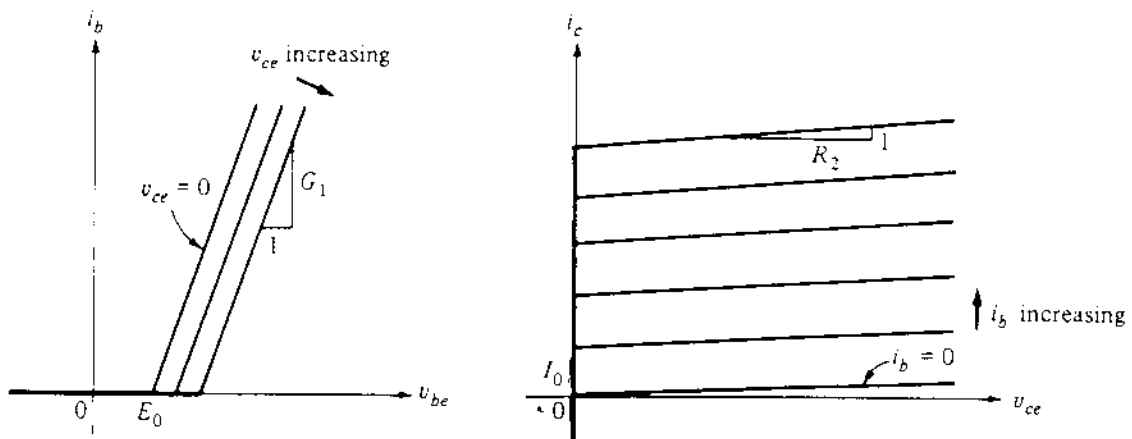


(a)

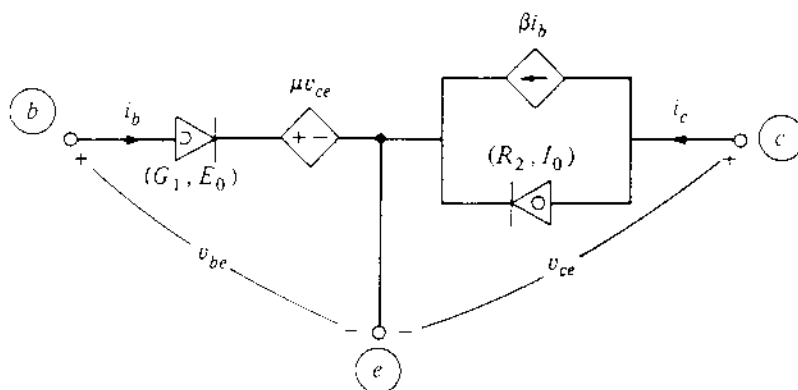


(b)

Characteristic of common-emitter configuration of an npn transistor.



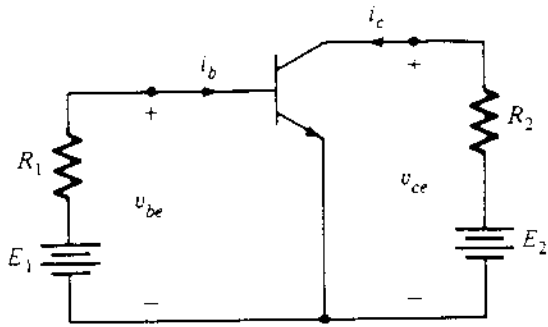
Piecewise-linear approximation of the common-emitter characteristics.



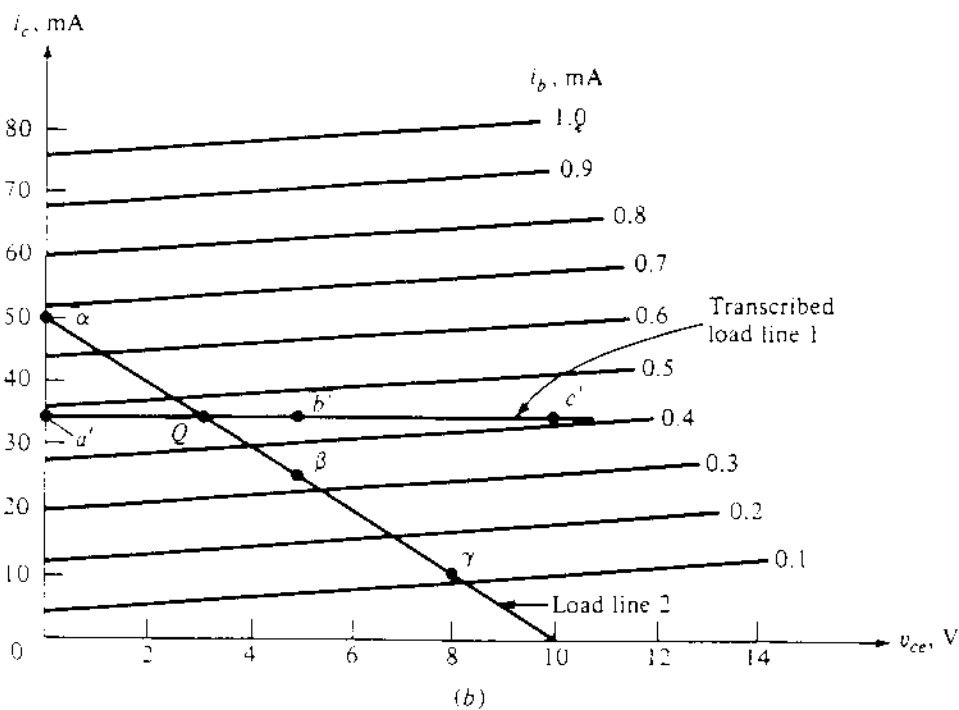
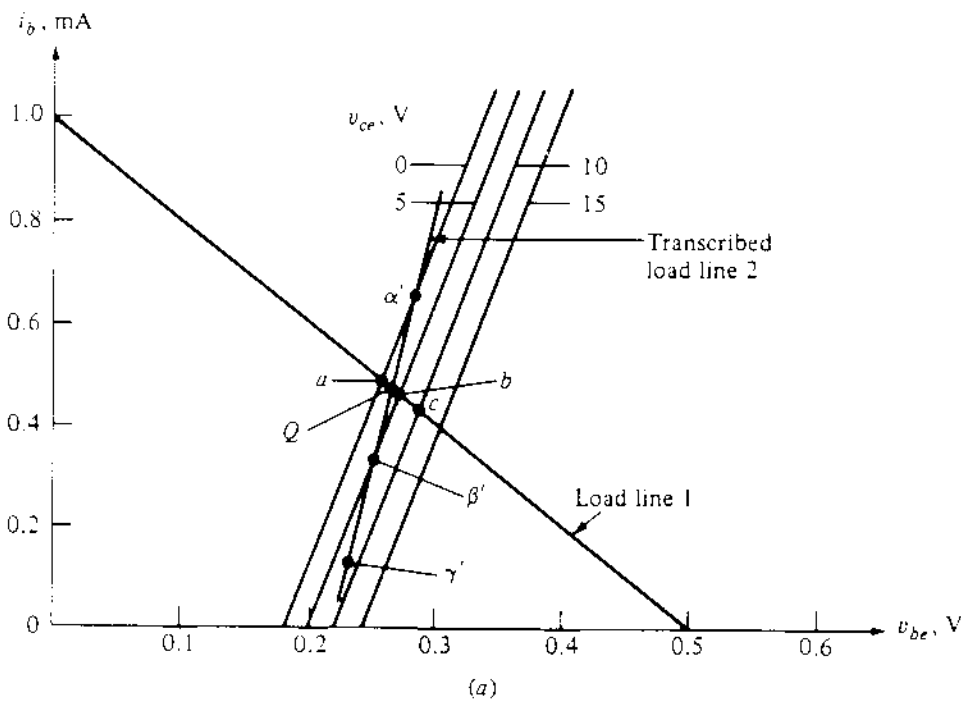
Piecewise-linear model of common-emitter transistor configuration.

## DC Σημεία Λειτουργίας & Γραμμές Φορτίου (για Transistor)

- Κύκλωμα πόλωσης (biasing circuit)

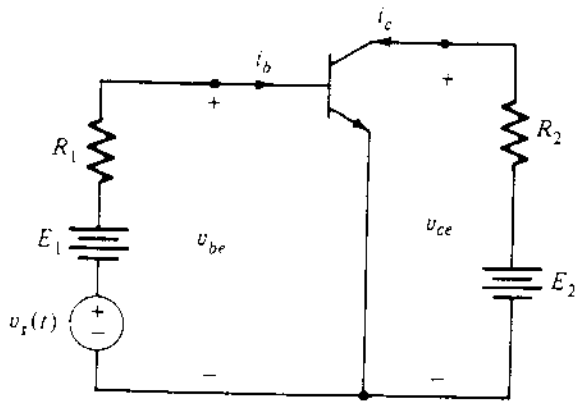


- Εύρεση σημείου λειτουργίας με γραφική μέθοδο.



# Ανάλυση Μικρού Σήματος (για Transistor)

## • Transistor Amplifier



## • Υβριδικό Μοντέλο

$$V_{be} = \hat{V}_{be}(I_b, V_{ce}), \quad I_c = \hat{I}_c(I_b, V_{ce})$$

$$\begin{aligned} V_{beQ} &= \hat{V}_{be}(I_{bQ}, V_{ceQ}) \\ I_{cQ} &= \hat{I}_c(I_{bQ}, V_{ceQ}) \\ V_{beQ} &= E_1 - R_1 I_{bQ} \\ V_{ceQ} &= E_2 - R_2 I_{cQ} \end{aligned}$$

DC ανάλυση

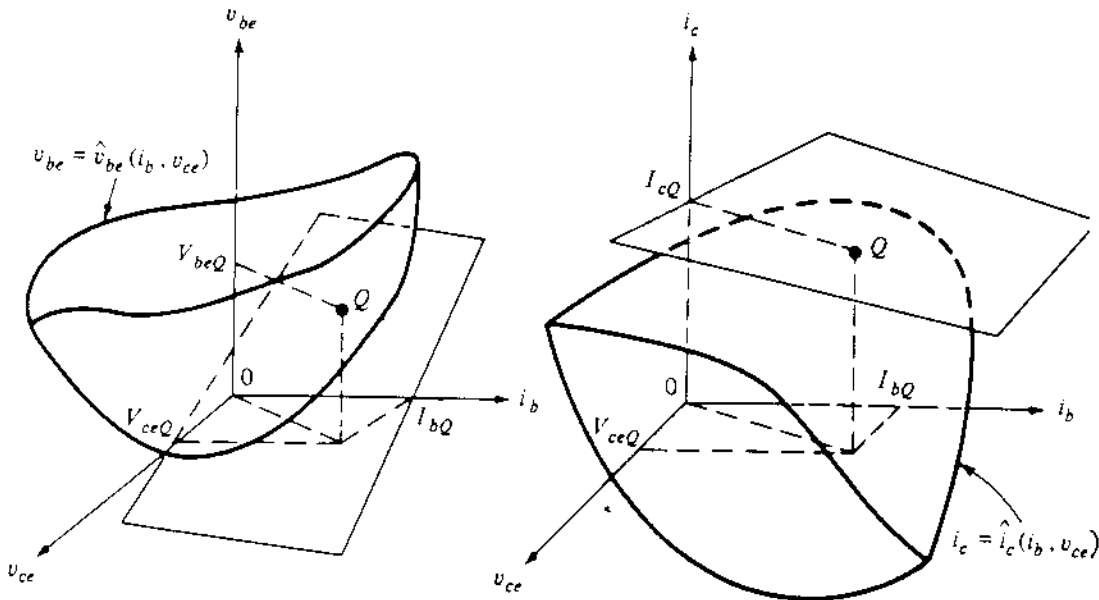
$$\begin{aligned} v_{be}(t) &= V_{beQ} + \tilde{v}_1(t) \\ i_b(t) &= I_{bQ} + \tilde{i}_1(t) \\ v_{ce}(t) &= V_{ceQ} + \tilde{v}_2(t) \\ i_c(t) &= I_{cQ} + \tilde{i}_2(t) \end{aligned}$$

Perturbation

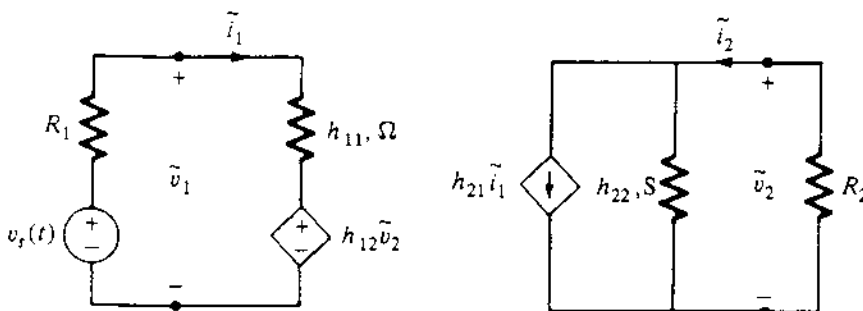
## • Ανάπτυξη των $V_{be}$ και $I_c$ σε σειρές Taylor γύρω από $(I_{bQ}, V_{ceQ})$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{V}_1(t) \\ \tilde{I}_2(t) \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \tilde{I}_1(t) \\ \tilde{V}_2(t) \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{V}_{be}}{\partial I_b} & \frac{\partial \hat{V}_{be}}{\partial V_{ce}} \\ \frac{\partial \hat{I}_c}{\partial I_b} & \frac{\partial \hat{I}_c}{\partial V_{ce}} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{Υβριδικός} \\ \text{πίνακας} \\ \text{μικρού} \\ \text{σήματος} \end{array} \right. Q$$

## • Γεωμετρική Ερμηνεία



## • Ισοδύναμο κύκλωμα μικρού σήματος



Small-signal equivalent circuit of the amplifier.

$\mu A741$

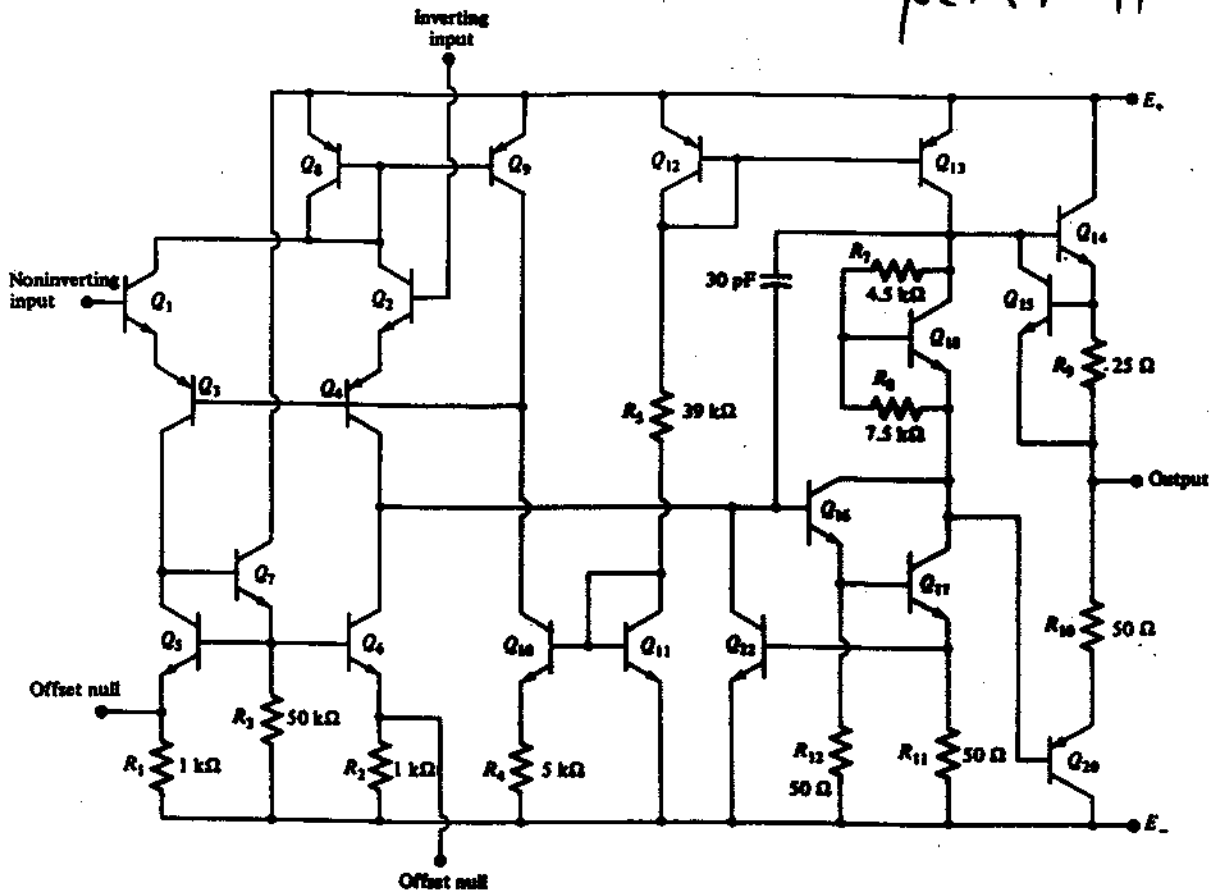


Figure 1.3 Schematic of the  $\mu A741$  op amp.

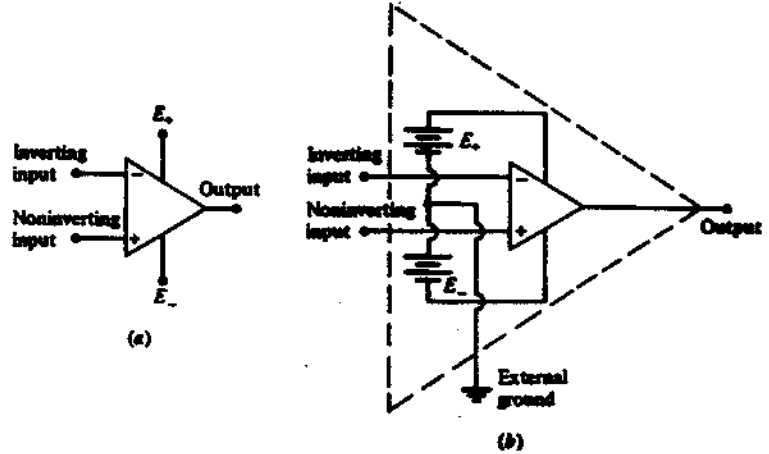


Figure 1.4 Standard op-amp symbol and a typical biasing scheme. (a) The - and + signs inside the triangle denote the inverting and noninverting input terminals, respectively. (b) A "biased" op amp (enclosed within the triangle) can be considered as a 4-terminal device for circuit analysis and design purposes.

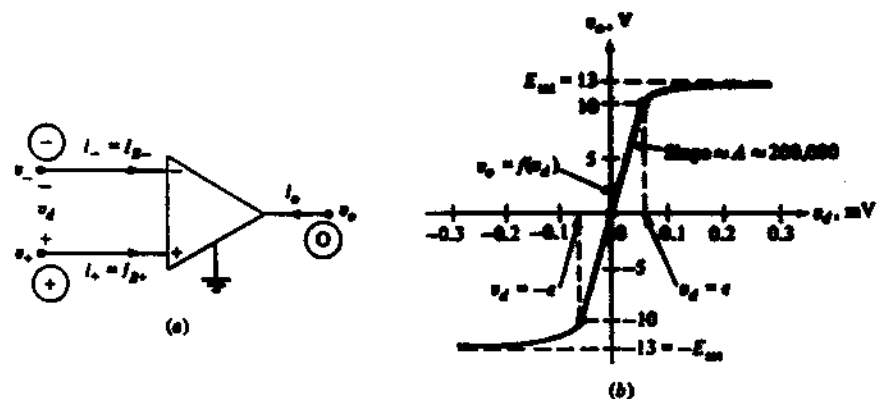
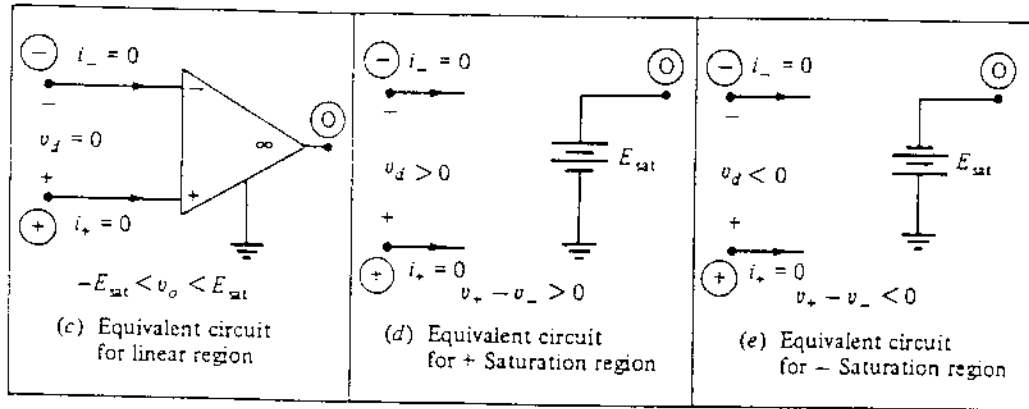
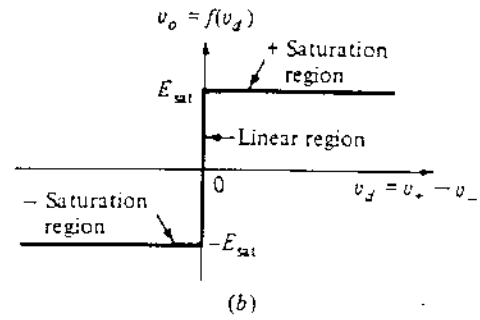
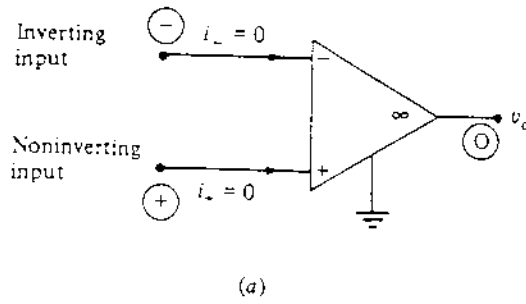


Figure 1.5 Experimental characterization of a typical op amp.

$\mu A741$  Data  
 $E_+ = 15V, E_- = -15V.$   
 Input Bias Current =  
 $\frac{|I_{B+}| + |I_{B-}|}{2} = 80 nA.$   
 Offset Current =  
 $|I_{B+}| - |I_{B-}| = 20 nA.$

\* Άπειρο Κέρδος:  $A = \infty$



Ideal op-amp model.

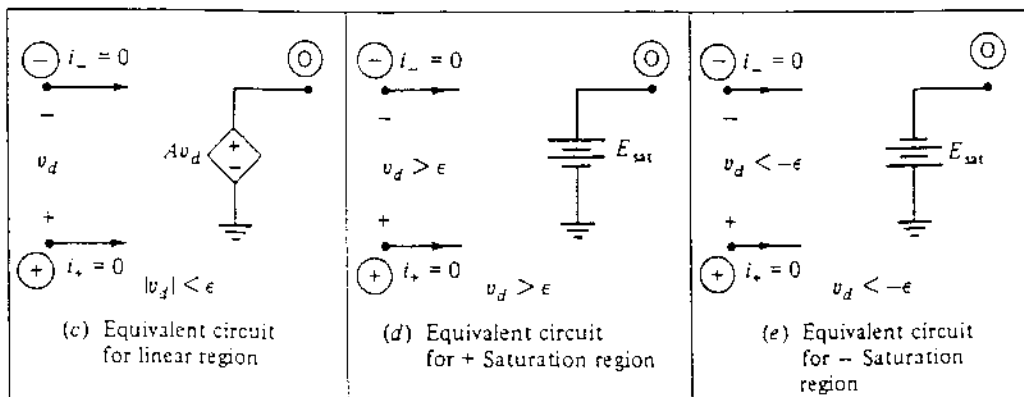
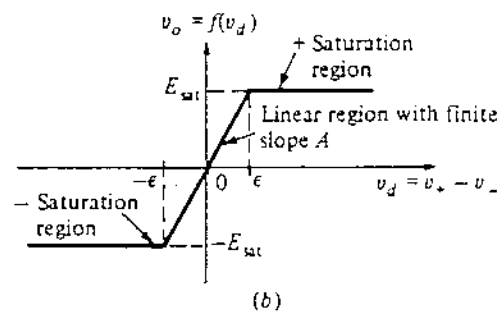
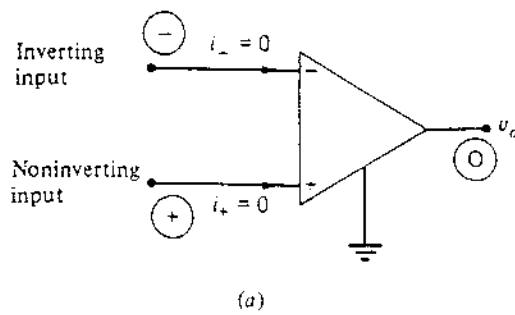
\* Πεπερασμένο Κέρδος:  $A < \infty$

Finite-gain op-amp model

$$i_- = 0$$

$$i_+ = 0$$

$$v_o = f(v_d) \triangleq \frac{A}{2} |v_d + \epsilon| - \frac{A}{2} |v_d - \epsilon|$$



Finite-gain op-amp model.

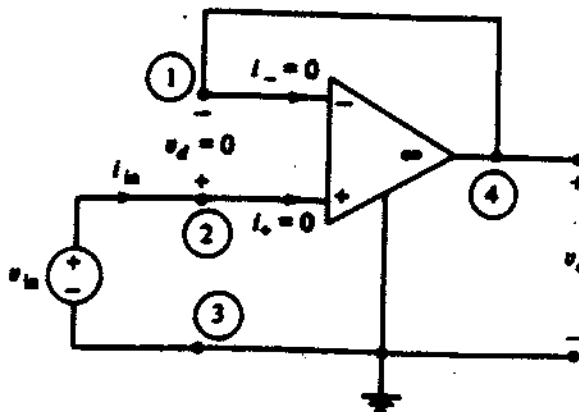
**ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΕΛΕΣΤ. ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ ΣΤΗΝ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ**

$(i_- = 0, i_+ = 0, v_d = v_+ - v_- = 0, -E_{sat} < v_o < E_{sat})$

**Ακολουθητής Τάσης (voltage follower, buffer):**

$$v_o = v_{in}$$

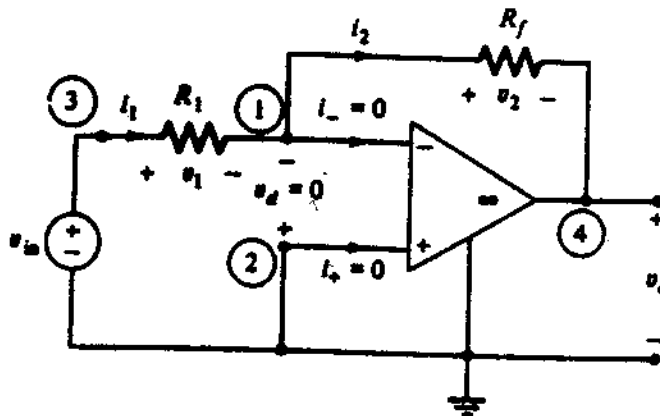
$$-E_{sat} < v_{in} < E_{sat}$$



**Αντιστρέφων Ενισχυτής (inverting amplifier):**

$$v_o = -(R_f/R_1)v_{in}$$

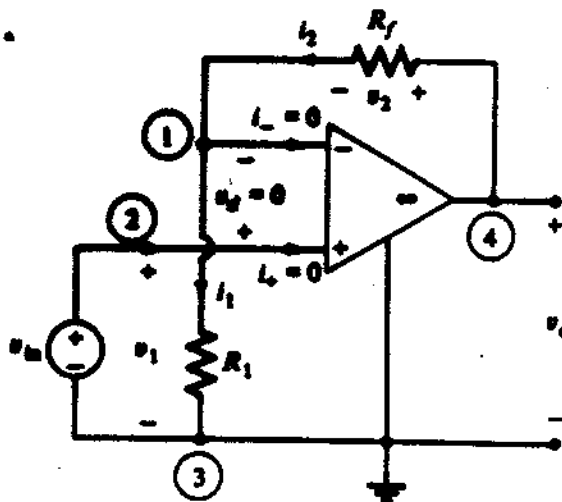
$$-\frac{R_1}{R_f}E_{sat} < v_{in} < \frac{R_1}{R_f}E_{sat}$$



**Μη-Αντιστρέφων Ενισχυτής (non-inverting amplifier):**

$$v_o = (1 + R_f/R_1)v_{in}$$

$$\frac{R_1 E_{sat}}{R_1 + R_f} < v_{in} < \frac{R_1 E_{sat}}{R_1 + R_f}$$



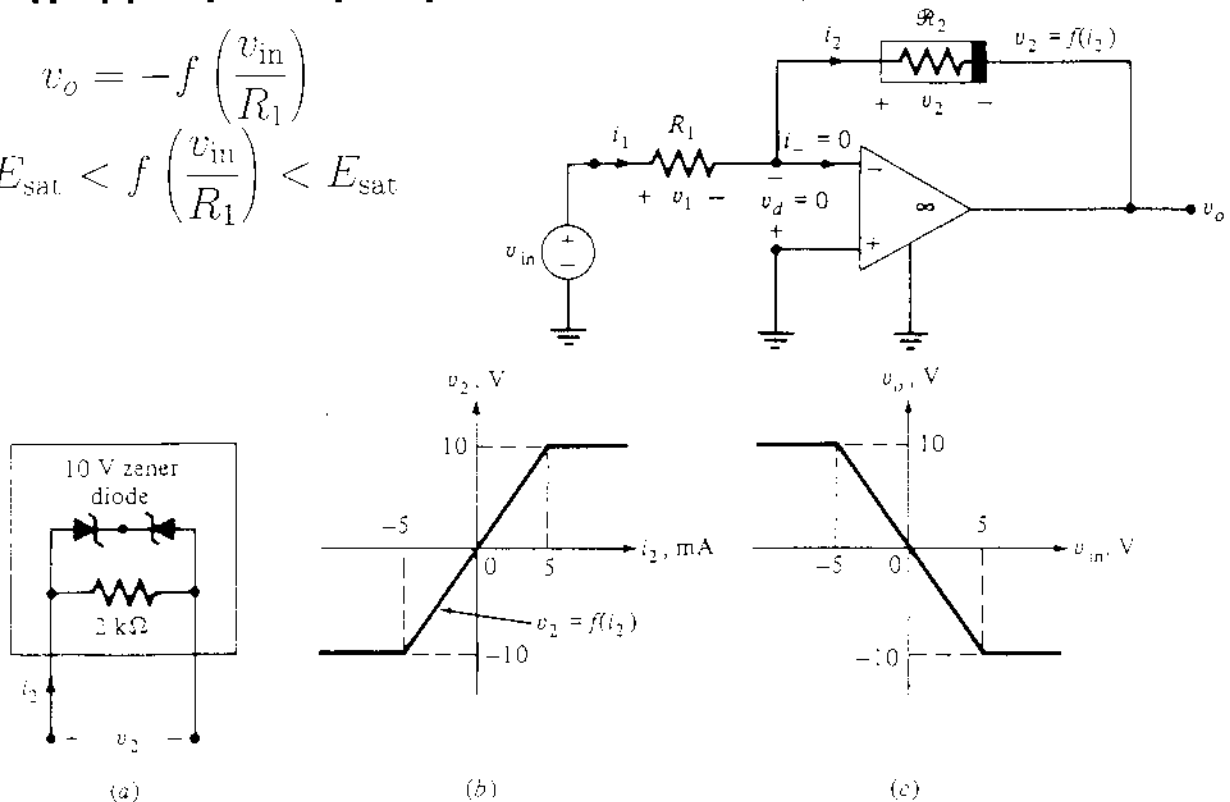
## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΕΛΕΣΤ. ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ ΣΤΗΝ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

$$(i_- = 0, i_+ = 0, v_d = v_+ - v_- = 0, -E_{\text{sat}} < v_o < E_{\text{sat}})$$

**Μη-γραμμική Ανάδραση** (nonlinear feedback):

$$v_o = -f\left(\frac{v_{\text{in}}}{R_1}\right)$$

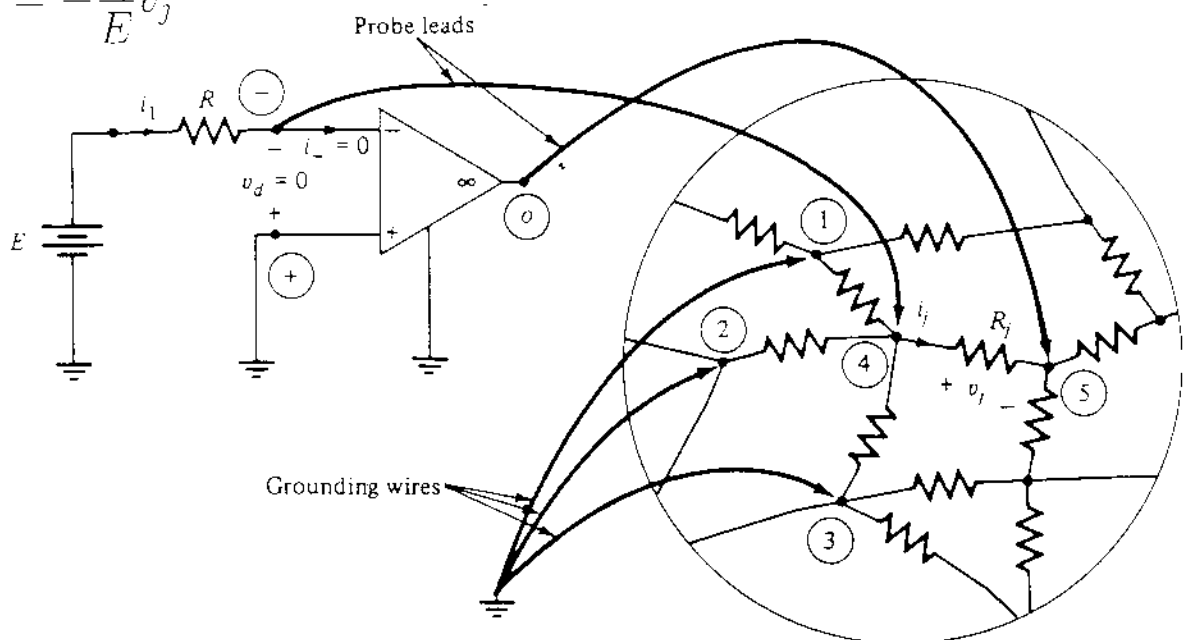
$$-E_{\text{sat}} < f\left(\frac{v_{\text{in}}}{R_1}\right) < E_{\text{sat}}$$



(a) Circuit for realizing the nonlinear resistor  $\mathcal{R}_2$  (b) Driving-point characteristic of the circuit in a. (c) Transfer characteristic of the circuit with  $\mathcal{R}_2$  replaced by the circuit in a, and assuming  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ .

**Μέτρηση αντίστασης χωρίς αποσύνδεση** (ανιχνευτής σφάλματος):

$$R_j = -\frac{R}{E} v_j$$

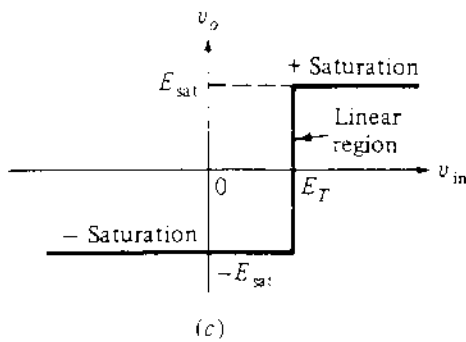
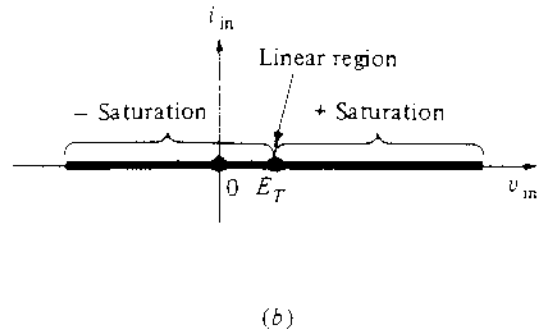
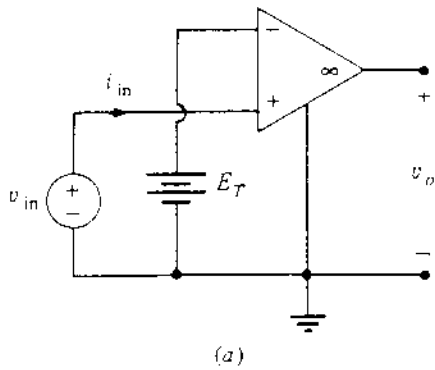


op-amp fault detector.

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΕΛΕΣΤ. ΕΝΙΣΧ. ΣΤΗΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

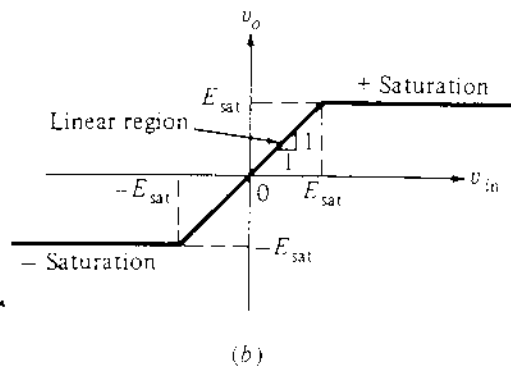
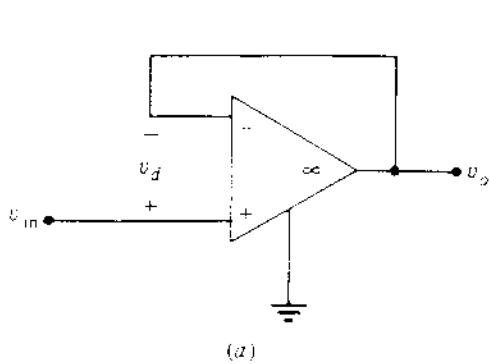
$$(i_+ = 0, i_- = 0, v_o = E_{\text{sat}} \text{sign}(v_d), v_d = v_+ - v_- \neq 0)$$

**Συγκριτής, Ανιχνευτής Κατωφλίου** (Comparator, Threshold Detector):

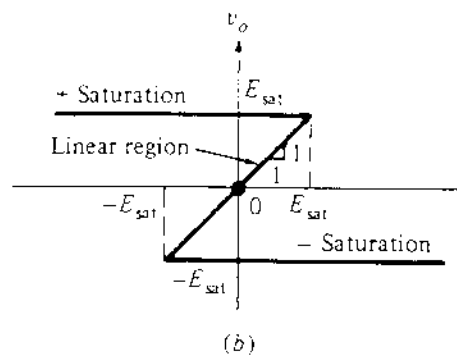
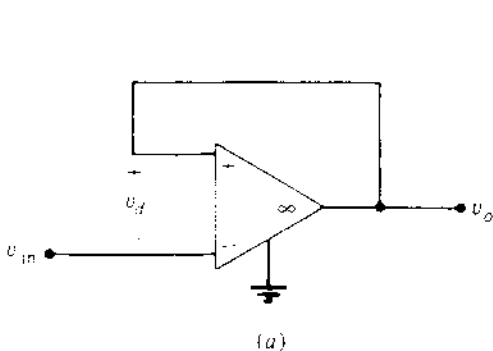


(a) Comparator. (b) Driving-point characteristic. (c) Transfer characteristic.

## Κύκλωμα αρνητικής και θετικής ανάδρασης:



(a) A negative feedback circuit and (b) its transfer characteristic.



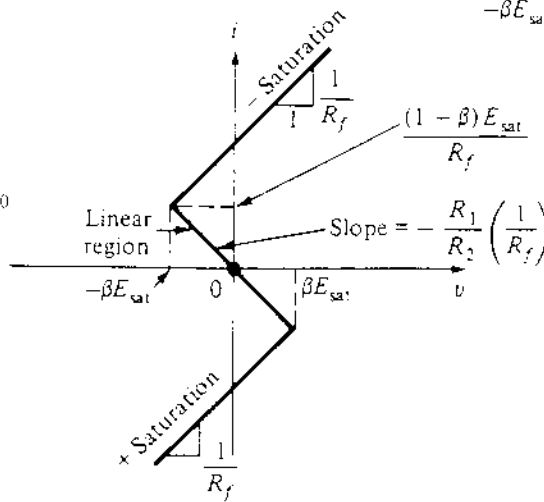
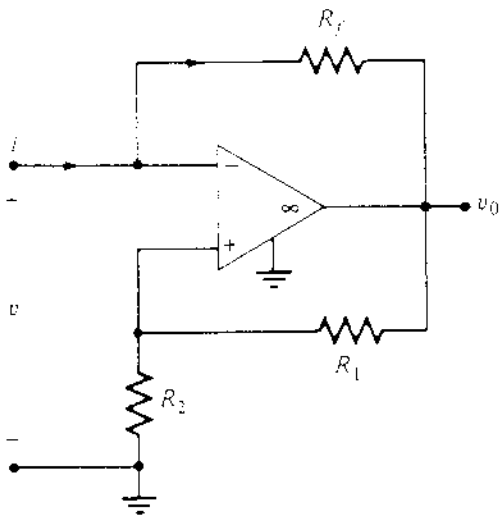
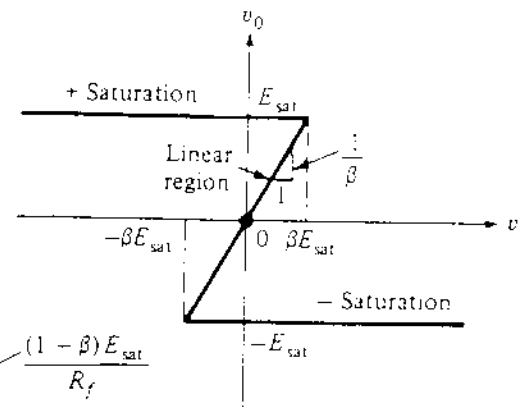
(a) A positive feedback circuit and (b) its transfer characteristic.



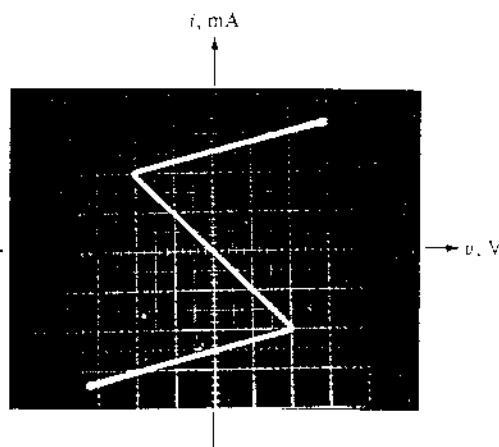
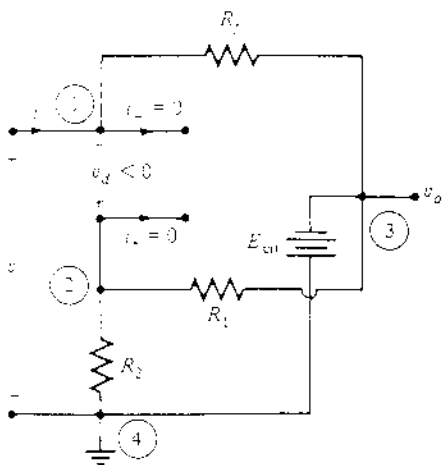
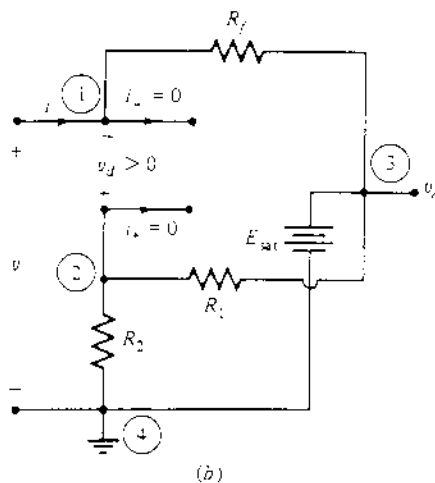
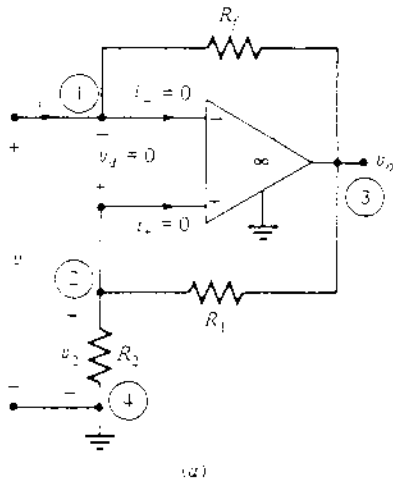
# ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΕΝΙΣΧΥΤΗΣ ΣΤΗΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ:

## Μετατροπέας αρνητικής αντίστασης (negative-resistance converter)

$$v_o = \begin{cases} R_f i + E_{\text{sat}} & v < \beta E_{\text{sat}} \\ -(R_2 R_f / R_1) i, & -\beta E_{\text{sat}} < v < \beta E_{\text{sat}} \\ R_f i - E_{\text{sat}} & v > \beta E_{\text{sat}} \end{cases}$$



$$\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Equivalent circuit in (a) linear region, (b) + Saturation region, (c) - Saturation region, and (d) typical negative-resistance characteristic measured from an actual op-amp circuit.

# ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΕΝΙΣΧΥΤΗΣ ΣΤΗΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ:

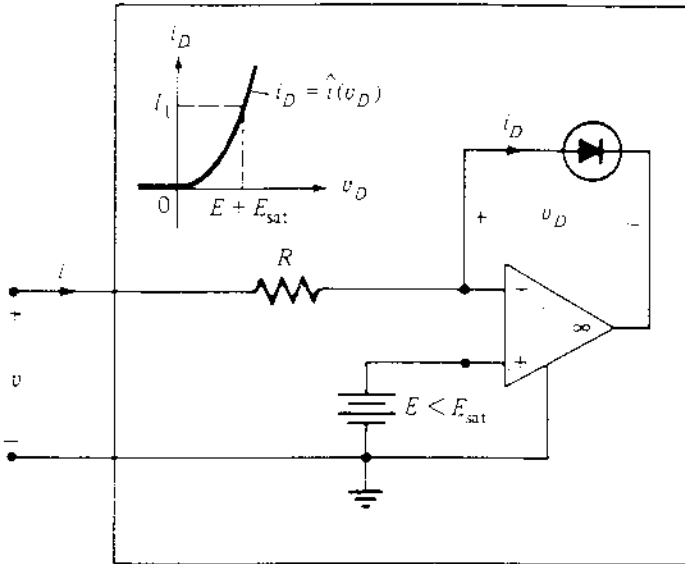
## Κοίλος Αντιστάτης (concave resistor)

$$i = \begin{cases} 0, & v < E \\ \frac{1}{R}(v - E), & E < v < E_1 \\ i_D = \hat{i}(v_D), & v > E_1 \end{cases}$$

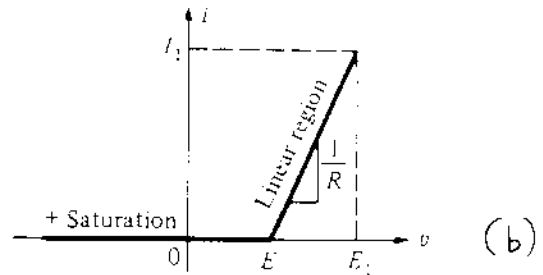
$$\hat{i}(v_D) = \begin{cases} I_s(e^{v_D/v_T} - 1), & v_D \geq 0 \\ 0, & v_D < 0 \end{cases}$$

$$I_1 = \hat{i}(E + E_{sat})$$

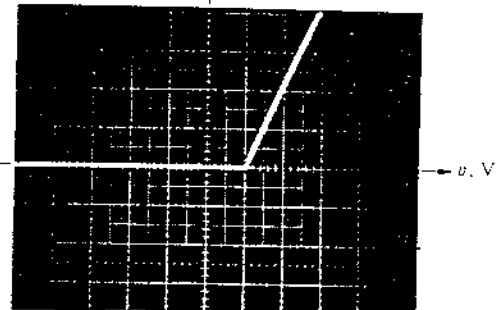
$$E_1 = E + RI_1$$



(a)



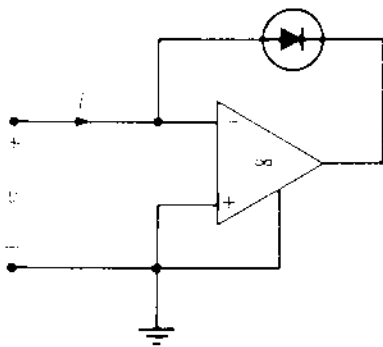
(b)



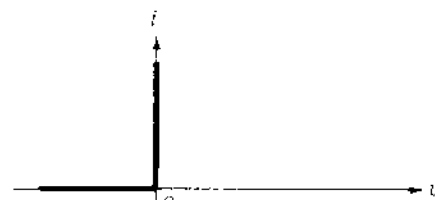
(c)

(a) Practical realization of a nearly ideal concave resistor characteristic. (b) Predicted characteristic for  $v < E_1$ , where  $E_1 \triangleq E + R\hat{i}(E - E_{sat})$ , provided  $E < E_{sat}$ . (c) Measured characteristic.

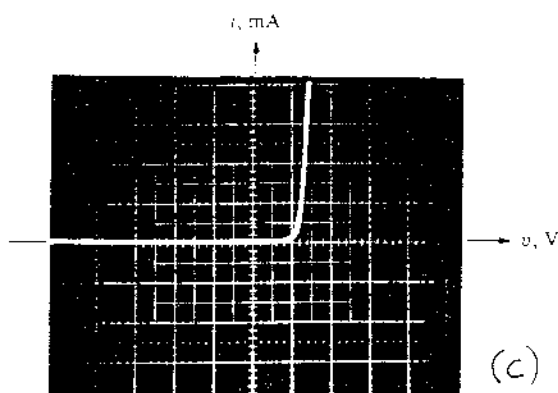
$R \rightarrow 0, E \rightarrow 0 \Rightarrow$  **Ιδανική Δίοδος**



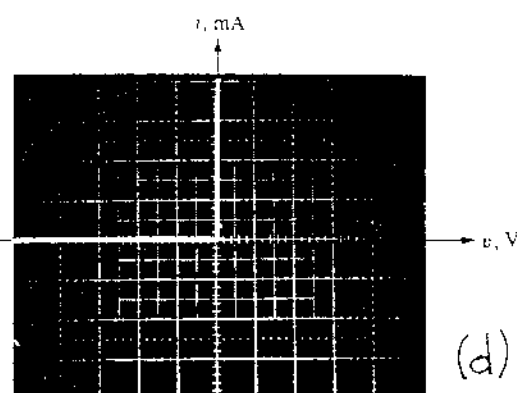
(a)



(b)



(c)



(d)

(a) Op-amp circuit realization of an ideal diode. (b) Limiting characteristic when  $R \rightarrow 0$  and  $E \rightarrow 0$ . (c) Characteristic of the  $pn$ -junction diode in the op-amp circuit. (d) Measured driving-point characteristic.

## ΓΕΝΙΚΑ ΔΙ-ΤΕΡΜΑΤΙΚΑ (ΜΟΝΟΘΥΡΑ) ΣΤΟΙΧΕΙΑ

- **Αντιστάτης** = στοιχείο που η τάση  $v$  και το ρεύμα  $i$  ικανοποιούν την σχέση ( $v - i$  χαρακτηριστική)

$$\mathcal{R}_{res} = \{(v, i) : f_R(v, i, t) = 0\}$$

- **Πυκνωτής** = στοιχείο που το φορτίο  $q$  και η τάση  $v$  ικανοποιούν την σχέση ( $q - v$  χαρακτηριστική)

$$\mathcal{R}_{cap} = \{(q, v) : f_C(q, v, t) = 0\}$$

- **Επαγωγέας** = στοιχείο που η ροή  $\phi$  και το ρεύμα  $i$  ικανοποιούν την σχέση ( $\phi - i$  χαρακτηριστική)

$$\mathcal{R}_{ind} = \{(\phi, i) : f_L(\phi, i, t) = 0\}$$

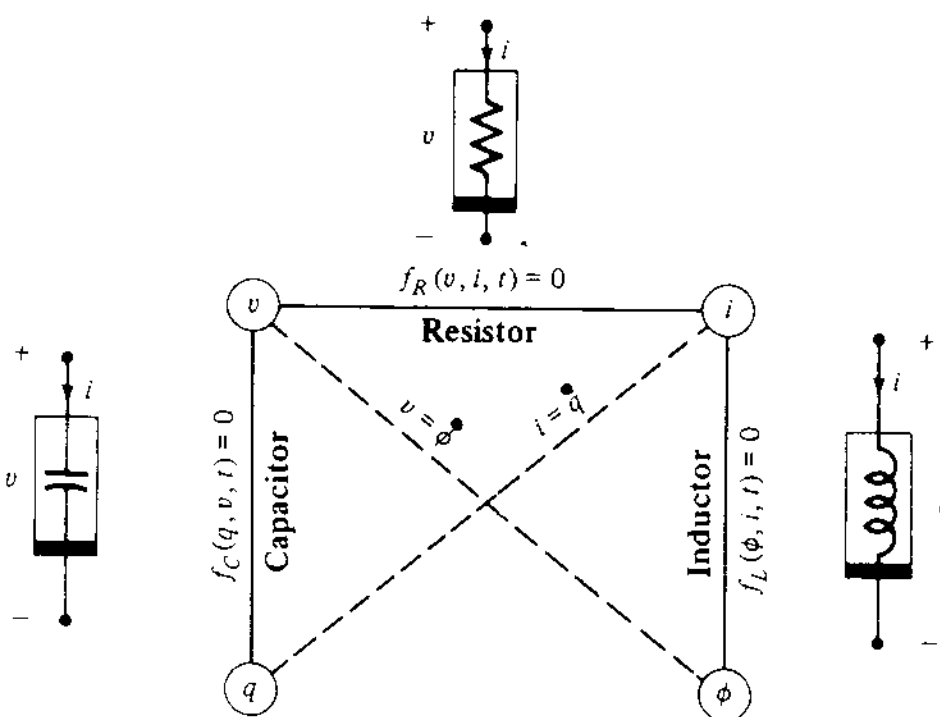
### ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

**Χρονικά-Αμετάβλητο**  $\iff \mathcal{R}$  δεν αλλάζει με τον χρόνο

**Χρονικά-Μεταβαλλόμενο**  $\iff \mathcal{R}$  αλλάζει με τον χρόνο

**Γραμμικό**  $\iff f(x, y, t) = ax + by$

**Μη-γραμμικό**  $\iff f(x, y, t) \neq ax + by$



## ΜΟΝΟΘΥΡΟΣ ΠΥΚΝΩΤΗΣ (Capacitor)

ονομάζεται ένα στοιχείο του οποίου το **φορτίο**  $q(t) = \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau$  και η **τάση**  $v(t)$  ικανοποιούν την σχέση ( $q - v$  χαρακτηριστική)

$$\mathcal{R}_{cap} = \{(q, v) : f(q, v) = 0\}$$

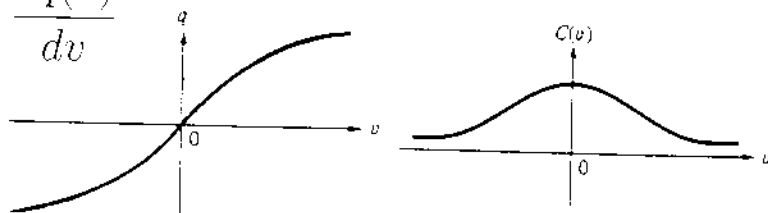
$q$ -ελεγχόμενος (charge-controlled):  $f(q, v) = 0 \implies v = \hat{v}(q)$

$v$ -ελεγχόμενος (voltage-controlled):  $f(q, v) = 0 \implies q = \hat{q}(v)$

**Χωρητικότητα αδύνατου σήματος** (χρον.-αμετ. &  $v$ -ελεγχόμ. πυκνωτή)

small-signal capacitance:  $C(v) = \frac{d\hat{q}(v)}{dv}$

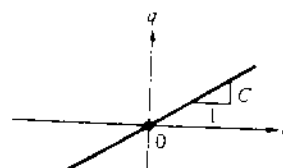
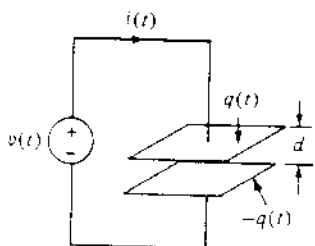
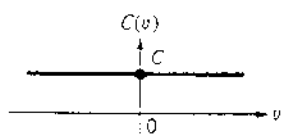
$$i(t) = C(v) \frac{dv(t)}{dt}$$



**Γραμμικός Χρονικά-Αμετάβλητος:**  $q(t) = Cv(t)$ ,  $i(t) = Cdv/dt$

parallel-plate capacitor

$$C = \epsilon_0 A / d$$



**Μη-γραμμικός Χρονικά-Αμετάβλητος:** (Varactor diode)

$$q = \hat{q}(v) = -K \sqrt{V_0 - v(t)}$$

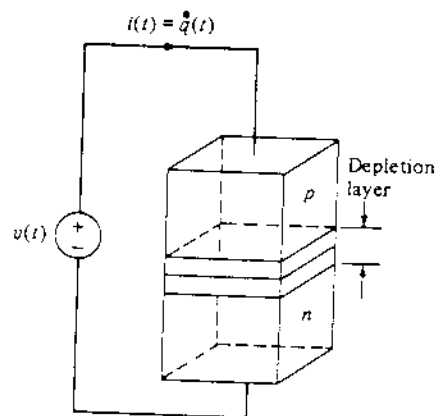
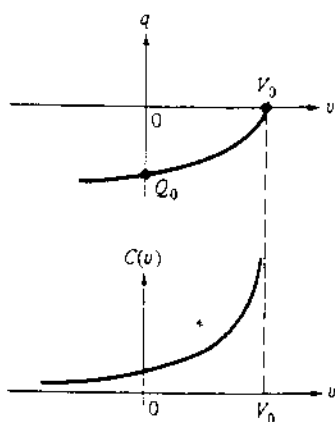
$$C(v) = K / 2 \sqrt{V_0 - v}$$

$$K = 2\epsilon_s N_a N_d A / (N_a + N_d)$$

$N_a$  = acceptor atom density

$N_d$  = donor atom density

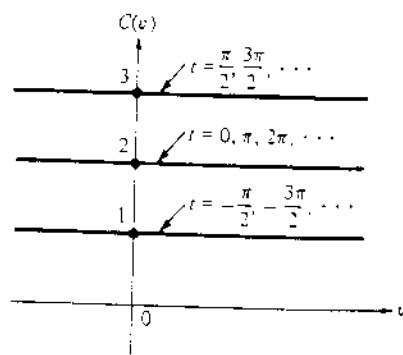
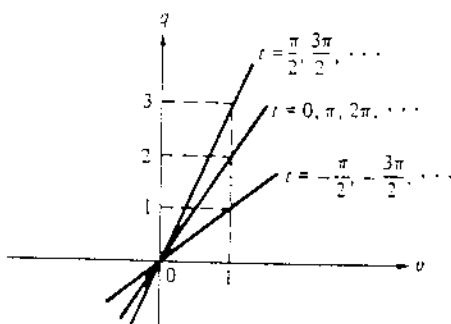
$A$  = cross-sectional area



**Γραμμικός Χρονικά-Μεταβαλλόμενος:**  $q(t) = C(t)v(t)$

$$i(t) = C(t) \frac{dv(t)}{dt} + \frac{dC(t)}{dt} v(t)$$

$$C(t) = 2 + \sin(t)$$



## ΜΟΝΟΘΥΡΟΣ ΕΠΑΓΩΓΕΑΣ (Inductor)

ονομάζεται ένα στοιχείο του οποίου η **ροή**  $\phi(t) = \int_{-\infty}^0 v(\tau) d\tau$  και το **ρεύμα**  $i(t)$  ικανοποιούν την σχέση ( $\phi - i$  χαρακτηριστική)

$$\mathcal{R}_{ind} = \{(\phi, i) : f(\phi, i) = 0\}$$

$\phi$ -ελεγχόμενος (flux-controlled):  $f(\phi, i) = 0 \implies i = \hat{i}(\phi)$

$i$ -ελεγχόμενος (current-controlled):  $f(\phi, i) = 0 \implies \phi = \hat{\phi}(i)$

**Επαγωγή αδύνατου σήματος** (χρον.-αμετ. &  $i$ -ελεγχόμενο στοιχείο)

small-signal inductance:  $L(i) = \frac{d\hat{\phi}(i)}{di} \implies v(t) = L(i) \frac{di(t)}{dt}$

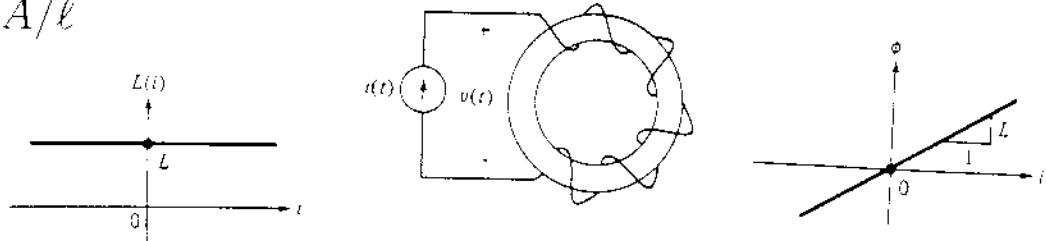
**Αντίστροφη Επαγωγή αδύνατου σήματος** ( $\phi$ -ελεγχόμενο στοιχείο)

reciprocal small-signal inductance:  $\Gamma(\phi) = \frac{d\hat{i}(\phi)}{d\phi}$

**Γραμμικός Χρονικά-Αμετάβλητος:**  $\phi(t) = Li(t), \quad v(t) = L di/dt$

toroidal inductor

$$L = \mu_0 i N^2 A / \ell$$



**Μη-γραμμικός Χρονικά-Αμετάβλητος:** (Josephson junction)

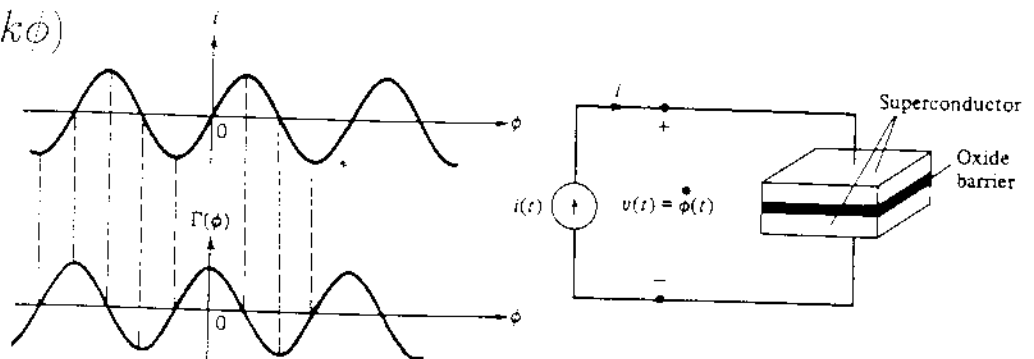
$$i = \hat{i}(\phi) = I_0 \sin(k\phi)$$

$$\Gamma(\phi) = k I_0 \cos(k\phi)$$

$$k = 4\pi e / h$$

$e$  = electron charge

$h$  = Planck's constant

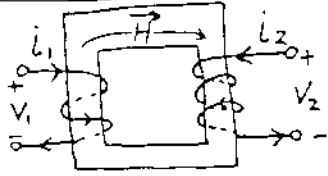


**Γραμμικός Χρονικά-Μεταβαλλόμενος:**  $\phi(t) = L(t)i(t)$

$$v(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = L(t) \frac{di(t)}{dt} + \frac{dL(t)}{dt} i(t)$$

# ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗΣ

## (Συζευγμένοι Επαγωγείς - Coupled Inductors)



Γ.Χ.Α.  
στοιχεία

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + M_{12} i_2$$

$$\Phi_2 = M_{21} i_1 + L_2 i_2$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_1/dt \\ di_2/dt \end{bmatrix}$$

= L (πίνακας επαγωγής)  
inductance matrix

αυτεπαγωγές (self-inductance):  $L_1, L_2$

αλληλεπαγωγή (mutual inductance):  $M = M_{12} = M_{21}$

Αποθηκευμένη Μαγνητική Ενέργεια:

$$E_M(i_1, i_2) = \frac{1}{2} (L_1 i_1^2 + 2M i_1 i_2 + L_2 i_2^2) = \frac{1}{2} [i_1, i_2] \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$E_M > 0 \quad \forall i_1 \neq 0, i_2 \neq 0 \Leftrightarrow L = \text{θετικά ορισμένος πίνακας} \Leftrightarrow L_1, L_2 > 0, M^2 < L_1 L_2$

Συντελεστής Ζεύξης (coupling coefficient):  $K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, |K| \leq 1$

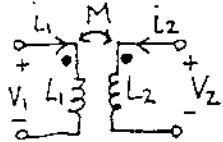
$K = 0 \rightarrow$  δεν υπάρχει μαγνητική σύζευξη

$|K| = 1$  Τέλειος Μετ/τής  
perfect transformer  $\Rightarrow \frac{L_1}{M} = \frac{M}{L_2} = \frac{V_1}{V_2}, \exists i_1 \neq 0, i_2 \neq 0 \text{ με } E_M = 0$

Πρόσημο του M,  $M = |M| \text{sign}(M)$ :

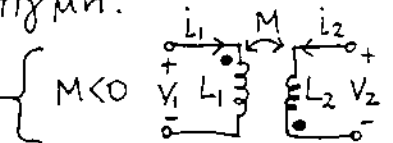
$\text{sign}(M) = \begin{cases} +1, & \text{εάν ομοίωμα } i_1, i_2 \text{ παράγουν μαγν. ροή ίδιας φοράς} \\ -1, & \text{" " " " " " " " αντίθετης "} \end{cases}$

Συμβολισμός Στιγμών: Προς αποφυγή προεκτικής σχεδίασης της φοράς περιέλιξης πηνίων, τοποθετούνται στιγμές σε ένα άκρο κάθε πηνίου ώστε εισερχόμενα θετικά ρεύματα να παράγουν αλληλενισχυόμενες μαγν. ροές. Αφού τοποθετηθούν οι στιγμές και επιλεγθούν οι φορές αναφοράς ρευμάτων,  $\text{sign}(M) = \begin{cases} +1, & \text{εάν οι φορές αναφοράς των ρευμάτων εισέρχονται ή εξέρχονται δια στιγμών.} \\ -1, & \text{εάν η φορά αναφοράς ενός ρεύματος εισέρχεται ενώ του άλλου εξέρχεται από την στιγμή.} \end{cases}$



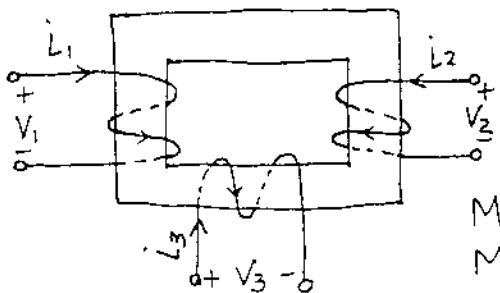
$M > 0$

$$\begin{cases} v_1 = L_1 di_1/dt + M di_2/dt \\ v_2 = M di_1/dt + L_2 di_2/dt \end{cases}$$



$M < 0$

### 3 Συζευγμένα Πηνία



$M_{12} > 0$

$M_{13} < 0$

$M_{23} < 0$

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_1/dt \\ di_2/dt \\ di_3/dt \end{bmatrix}$$